

중학수학

자연수



수학세상 수학자료실

<http://www.math114.net>



개념 1. 소인수

(1) 소수 : 1보다 큰 자연수 중 1과 자기 자신만 약수로 가지는 수

(예) 2, 3, 5, 7, 11, ...

(예) $5 = 1 \times 5$ 이므로 5는 소수이다.

$6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$ 이므로 6은 소수가 아니다.

1, 6 이외의 약수가 있다.

(2) 합성수 : 약수가 3개 이상인수

(3) 1은 약수가 1개이므로 소수도 합성수도 아니다.

▶ 2는 가장 작은 소수이고, 짝수인 소수이다.(짝수인 소수는 2 하나이다.)

*소수 찾는 법

1 제외

2 소수 => 2의 배수 제외

3 소수 => 3의 배수 제외

5 소수 => 5의 배수 제외.....

개념



1. 소수에 대하여 쓰시오.

개념



2. 합성수에 대하여 쓰시오.

개념



3. 다음 중 소수인 것을 모두 찾으시오.

1	13	19	27	39	51
---	----	----	----	----	----

유제



4. 다음 1에서 50까지 자연수 중 소수인 것에 ○표 하시오.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

유제



5. 다음 설명 중 옳은 것에는 ○표, 틀린 것에는 ×표 하시오.

- (1) 1은 소수이다. ()
- (2) 가장 작은 소수는 2이다. ()
- (3) 소수는 모두 홀수이다. ()
- (4) 소수의 약수는 2개다. ()
- (5) 2의 배수 중에서 소수는 1개뿐이다.()
- (6) 모든 자연수는 약수가 2개 이상이다.()
- (7) a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다. ()

유제



6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ① 0은 모든 자연수의 약수이다.
 - ② 1은 모든 자연수의 약수이다.
 - ③ 짝수인 소수는 오직 2개뿐이다.
 - ④ 모든 자연수는 2개 이상의 약수를 가진다.
 - ⑤ 모든 수는 1과 자기 자신을 약수로 가진다.

유제



7. 다음중 옳은 것은?
- ① 소수는 모두 홀수이다.
 - ② 가장 작은 소수는 1이다.
 - ③ 소수는 약수가 1개뿐이다.
 - ④ 1은 모든 자연수의 배수이다.
 - ⑤ 모든 자연수는 자기 자신의 배수이다.

유제



8. 다음 중 옳은 것은?
- ① 약수의 개수가 1개인 자연수는 없다.
 - ② 짝수인 소수는 오직 2뿐이다.
 - ③ 가장 작은 소수는 1이다.
 - ④ 소수는 모두 홀수이다.
 - ⑤ 모든 자연수는 2개 이상의 약수를 가진다.

고난도



9. 두 자리의 자연수 중에서 가장 큰 소수와 가장 작은 소수의 합을 구하시오.

고난도



10. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 소수의 약수는 모두 2개다.
 ㄴ. 모든 합성수는 4개 이상의 약수를 가진다.
 ㄷ. 3이상의 소수는 모두 홀수이다.
 ㄹ. 4부터 10까지의 자연수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

개념 2. 거듭제곱

서로 다른 소수 a, b 에 대하여

(1) $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n = a^n$ (이 때, a 를 밑수 또는 밑이라

하고 n 을 지수라고 한다.

(예) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ (밑수 2, 지수 5)

(2) $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n \times \underbrace{b \times b \times \dots \times b}_m = a^n \times b^m$

(예) $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^3$

개념



11. 다음 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.

- (1) 3^5 의 밑은 □, 지수는 □이다.
- (2) 7^4 의 밑은 □, 지수는 □이다.
- (3) $2 \times 2 \times 2$ 를 거듭제곱으로 나타내면 2^\square 이다.
- (4) $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ 를 거듭제곱으로 나타내면 $2^\square \times 5^\square$ 이다.

개념



12. 다음을 거듭제곱을 써서 나타내시오.

- (1) $2 \times 2 \times 2$
- (2) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
- (3) $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
- (4) $3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3$
- (5) $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$
- (6) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
- (7) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7}$

유제



13. 다음 중 거듭제곱을 바르게 나타낸 것은?

- ① $x+x+x+x+x = x^5$
- ② $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$
- ③ $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 4^5$
- ④ $7 \times 7 \times 7 = 7 \times 3$
- ⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3$

유제



14. 다음 중 옳은 것은?

- ① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 4^3$
- ② 3^6 은 밑이 6이고, 지수가 3이다.
- ③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$
- ④ 7^5 는 7을 5번 곱한 것이다.
- ⑤ $2^4 = 2 \times 4$

유제



15. 다음 수를 큰 수부터 차례로 쓰시오.

$2^3, \quad 9, \quad 2^2 \times 3, \quad 3^3$

고난도



16. 서로 다른 소수 x, y, z 에 대하여

$$y \times x \times z \times y \times x \times x \times y \times z = x^a \times y^b \times z^c$$

일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

고난도



17. $2^x = 256$, $3^y = y$ 를 만족하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하시오.

고난도



18. $\frac{2}{2^a} = \frac{1}{64}$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하시오.

개념 3. 소인수분해

- (1) 인수: 자연수 a, b, c 에서 $a = b \times c$ 일때, b, c 를 a 의 인수(약수)라고 한다.
- (2) 소인수: 소수인 인수
- (3) 소인수분해: 어떤 자연수를 소인수(소수인 인수(약수))의 곱으로 나타내는것
- (예) $6 = 2 \times 3$ 이므로 소인수 분해하면 $6 = 2 \times 3$ 이다.
- $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$ 이다.
- ▶ 같은 숫자는 거듭제곱을 이용하여 나타낸다.
- 소인수: 소인수분해하여 소수인 인수를 찾는다.
- (예) $24 = 2^3 \times 3$ 에서 소인수는 2, 3 이다.

개념

○○○

19. 소인수 분해란?

개념

○○○

안에 알맞은 수를 써 넣으시오.

20.) 36
) 18
) 9

 $36 = 2 \square \times 3 \square$

개념

○○○

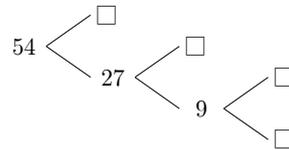
21.) 80
) 40
) 20
) 10

 $\therefore 80 = 2 \square \times \square$

개념

○○○

22.

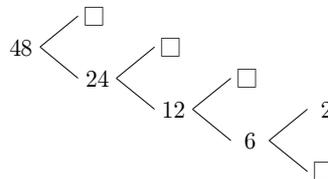


$\therefore 54 = \square \times \square^3$

개념

○○○

23.



유계



24. 다음 수를 소인수분해 하시오.

(1) 18 (2) 24

(3) 60 (4) 72

(5) 84 (6) 100

(7) 150 (8) 192

유계



25. 다음 중 180 을 바르게 소인수분해한 것은?

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5$ ② $2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5$
 ④ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 5$

유계



26. 다음 수의 소인수를 모두 구하시오.

(1) 24 (2) 30

(3) 60 (4) 75

(5) 108 (6) 120

(7) 180 (8) 245

유계



27. 다음 중 소인수분해한 것이 옳은 것은?

- ① $45 = 3 \times 5^2$ ② $63 = 3^2 \times 7$ ③ $80 = 2 \times 5 \times 7$
 ④ $128 = 2^6$ ⑤ $200 = 2^3 \times 5^3$

고난도

○○○

28. 252를 소인수분해하면 $2^a \times 3^b \times c$ 이다. 이때 자연수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

고난도

○○○

29. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 을 소인수분해하였을 때, 소인수 3의 지수를 구하시오.

고난도

○○○

30. 90을 소인수분해하였을 때, 모든 소인수들의 합을 구하시오.

개념 4. 제곱수

(1) 제곱수: 어떤 자연수를 제곱하여 만든 수
 $1^2 = 1, 2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16$ 등 등 에 서
 1, 4, 9, 16, ... 를 제곱수라 한다.

(2) 제곱수를 찾는 법: 주어진 수를 소인수 분해하여
 지수가 짝수가 되는지 확인한다.

(3) 제곱수 만드는 법: 주어진 수를 소인수 분해하여
 지수가 짝수가 되게 적당한 수를 곱한다.

(예) $12 = 2^2 \times 3$ 이므로 $12 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱
 이 되려면

$$x = 3 \times (\text{연수})^2$$

의 꼴이어야 하므로 x 가 될 수 있는 수는

$$3, 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, 3 \times 4^2, \dots$$

* 제곱수는 약수의 개수가 홀수 개이다.

* 소수의 제곱수는 약수가 3 개이다.

개념



31. 제곱수란?

개념



32. 다음을 구하시오.

(1) 11^2 (2) 12^2 (3) 13^2

(4) 14^2 (5) 15^2 (6) 16^2

(7) 17^2 (8) 2^{10}

유제



33. 다음 수가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위하여 곱해야
 할 가장 작은 자연수를 □안에 써 넣으시오.

(1) $12 \times \square$ (2) $18 \times \square$

(3) $28 \times \square$ (4) $27 \times \square$

(5) $50 \times \square$ (6) $72 \times \square$

(7) $140 \times \square$ (8) $180 \times \square$

(9) $250 \times \square$ (10) $360 \times \square$

유제

○○○

34. 216에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 216을 소인수 분해하시오.

(2) 지수가 짝수가 되게 적당한 수를 곱해서 제곱수를 만드시오.

고난도

○○○

35. 756을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

고난도

○○○

36. 168을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

고난도

○○○

37. $96 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값을 구하시오.

고난도

○○○

38. 3^{1000} 의 일의 자리의 숫자를 구하시오.

개념 5. 약수의 개수

(1) 자연수 A 가 $a^m \times b^n$ (a, b 는 서로 다른 소수, m, n 은 자연수)으로 소인수분해될 때,

$\Rightarrow A$ 의 약수는 $1, a^1, a^2, a^3, \dots, a^m, b^1, b^2, \dots, b^n, a^1b^1, a^1b^2, a^1b^3, \dots, a^1b^n, a^2b^1, \dots, a^mb^n$

(예) $24 = 2^3 \times 3$ 에서

24의 약수는 $1, 2^1, 2^2, 2^3, 3^1, 2 \times 3, 2^2 \times 3, 2^3 \times 3$ 이다.

(2) 자연수 A 가

$a^l \times b^m \times c^n$ (a, b, c 는 서로 다른 소수 l, m, n 은 자연수)

으로 소인수분해될 때, A 의 약수의 개수는

$$(l+1) \times (m+1) \times (n+1)$$

개념



39. 다음 표는 $2^3 \times 3$ 의 약수를 구하는 과정이다. 다음에 답하시오.

×	1	2	2^2	2^3
1	1×1	1×2	1×2^2	1×2^3
3	3×1			

(1) 빈칸을 채우시오.

(2) 2^3 의 약수의 개수는 4개, 3의 약수의 개수는 개이므로 $2^3 \times 3$ 의 약수의 개수는 $4 \times \square = \square$

개념



40. 다음 표는 각 수의 약수를 구하는 과정이다. 표를 완성하시오.

(1) $2^2 \times 3^2$

×	1	2	2^2
1	1×1	1×2	1×2^2
3	3×1		
3^2	$3^2 \times 1$		

(2) $2^3 \times 5^2$

×	1	2	2^2	2^3
1				
5				
5^2				

유제



41. 다음 중 $3^3 \times 7^2$ 의 약수가 아닌 것은?

- ① 3 ② 7 ③ $3^2 \times 7$
- ④ $3^2 \times 7^2$ ⑤ 3×7^3

유제



42. 다음 중 180의 약수가 아닌 것은?

- ① 2×5 ② $2^2 \times 3 \times 5$ ③ 2×3^2
- ④ $2 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2 \times 3^2 \times 5$

유제



43. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써 넣으시오.

(1) 1보다 큰 자연수 중에서 □과 자기 자신만의 약수로 하는 수를 소수라 하고, 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수를 □라 한다.

(2) 소수는 약수의 개수가 □개이고, 합성수는 약수의 개수가 □개 이상이다.

유제

○○○

44. 다음 수의 약수의 개수를 구하시오.

- (1) 3^2 (2) $2^2 \times 3$

- (3) $2^2 \times 3^2$ (4) $2^3 \times 3^2$

- (5) $3^2 \times 5^2$ (6) $2^3 \times 3^5$

- (7) $2^2 \times 3 \times 5$ (8) $2^2 \times 3^2 \times 5$

- (9) $2^2 \times 3^3 \times 7$ (10) $3^2 \times 5^3 \times 7^2$

유제

○○○

45. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

- ① 30 ② 72 ③ 180
 ④ $3^2 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^5 \times 3 \times 5$

고난도

○○○

46. $2 \times 7^2 \times 13^{\square}$ 의 약수의 개수가 18개일 때, \square 안에 알맞은 수를 쓰시오.

고난도

○○○

47. 48의 약수의 개수를 a , 약수의 총합을 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하시오.

고난도

○○○

48. 720의 약수의 개수와 $16 \times 9 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하시오.

내신잡기

유형 ① 소수와 합성수

49. 5 이상 20 이하의 수 중에서 합성수는 모두 몇개인가?

- ① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개
- ④ 12 개 ⑤ 15 개

50. 다음 중 소수인 것의 개수는?

47 51 61 73 87 111

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
- ④ 5 개 ⑤ 6 개

51. 다음 중 합성수인 것을 모두 고르시오.

27, 49, 79, 97, 109, 133, 151, 186

52. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ② 홀수 중 가장 작은 소수는 3이다.
- ③ 두 자연수의 곱은 항상 합성수이다.
- ④ 8의 배수는 모두 합성수이다.
- ⑤ 20 이하의 자연수 중 가장 작은 소수와 가장 큰 소수의 합은 21이다.

53. 다음 <보기>중 옳은 것을 모두 고르시오.

[보기]

- ㄱ. 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ㄴ. 119는 소수이다.
- ㄷ. 소수는 모두 홀수이다.
- ㄹ. 5 이하의 자연수 중에서 소수는 3개다.
- ㅁ. 자연수 중에서 약수가 1개인 수는 없다.

54. 다음 중 소수에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 모든 소수는 홀수이다.
- ② 가장 작은 소수는 3이다.
- ③ 1과 10사이에는 소수가 5개다.
- ④ 모든 소수는 약수가 3개 이상이다.
- ⑤ 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

요형 ② 거듭제곱의 표현

55. 다음 중 거듭제곱의 표현이 바르게 된 것은?

- ① $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 + 3^3$
- ② $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 5^3$
- ③ $4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \times 4^4$
- ④ $6 \times 6 \times 7 \times 7 \times 7 = 6^2 \times 7^3$
- ⑤ $2 \times 2 \times 2 + 4 \times 4 \times 4 = 2^3 \times 4^3$

56. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (2개)

- ① $3^3 = 9$
- ② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^3 \times 3^2 \times 7$
- ③ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2^5}$
- ④ $\frac{1}{10 \times 100^2} = \frac{1}{10^5}$
- ⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

57. 다음 중 옳은 것은?

- ① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2 \times 4$
- ② $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^5$
- ③ $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 2^2 + 3^3$
- ④ $7 \times 11 \times 11 \times 11 = 7 \times 11^3$
- ⑤ $5 + 5 + 5 + 5 = 5^4$

요형 ③ 거듭제곱의 지수

58. $2^a = 16, 3^4 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 13 ② 20 ③ 24
- ④ 85 ⑤ 89

59. $2^a = 128, 5^b = 625$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하시오.

60. $3^{x+1} = 81$ 을 만족하는 자연수 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

9형 ④ 소인수분해

61. 540 을 소인수분해하면?

- ① $2 \times 3^2 \times 5^2$ ② $2 \times 3^4 \times 5$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5$
 ④ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5$

62. 다음 소인수분해한 것 중 옳지 않은 것은?

- ① $36 = 2^2 \times 3^2$ ② $45 = 3^2 \times 5$ ③ $56 = 2^3 \times 7$
 ④ $72 = 2^3 \times 3^2$ ⑤ $81 = 3^3$

63. 360을 소인수분해하면 $2^a \times 3^b \times c$ 이다. 이때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

64. $450 = a \times b^2 \times 5^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 소수이고, c 는 자연수)

65. 20이하의 짝수의 곱 $2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 20$ 을 소인수분해하면 $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 이다. 이때 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.(단, a, b, c 는 자연수)

66. 108 을 소인수분해하면 $a^x \times b^y$ 이다. 이때, 자연수 a, b, x, y 에 대하여 $a \times b \times x \times y$ 의 값은? (단, a 와 b 는 소수이다.)

- ① 27 ② 32 ③ 36
 ④ 42 ⑤ 52

67. 224 를 소인수분해하면 $2^a \times 7^b$ 이다. 이 때, 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하시오.

유형 ⑤ 제곱이 되게 하는 가장 작은수 찾기

68. 54에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 할 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6
- ④ 9 ⑤ 12

69. 360을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 5 ② 6 ③ 10
- ④ 15 ⑤ 30

70. 540에 자연수 a 를 곱해서 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때 a 가 될 수 있는 수 중에서 두 번째로 작은 자연수는?

- ① 3 ② 10 ③ 30
- ④ 45 ⑤ 60

71. 92를 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나누는 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 3 ③ 15
- ④ 18 ⑤ 23

72. 504를 어떤 자연수로 나누었을 때, 제곱인 수가 되게 하는 가장 작은 자연수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20

73. 108에 자연수 a 를 곱해서 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, a 가 될 수 있는 수 중에서 두 번째로 작은 자연수는?

- ① 3 ② 12 ③ 20
- ④ 25 ⑤ 27

9형 ⑥ 약수와 그 성질

74. 다음 중 28의 약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 4 ③ 7
 ④ 16 ⑤ 28

75. $24 \times \square$ 의 약수의 개수가 16개일 때, 다음 중 \square 안에 알맞은 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

76. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 약수가 될 수 없는 것은?

- ① 3×5 ② 3×5^2 ③ $3^2 \times 5$
 ④ $2^2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5$

77. 72를 어떤 자연수 a 로 나누었더니 나머지가 0이라고 한다. 이때, 자연수 a 의 개수를 구하시오.

78. 다음 중 108의 약수가 아닌 것은?

- ① 3^2 ② $2^2 \times 3$ ③ $2^3 \times 3$
 ④ 3^3 ⑤ $2^2 \times 3^2$

79. 다음 중 120의 약수가 아닌 것은?

- ① $2^2 \times 3$ ② 3×5 ③ $2 \times 3 \times 5$ ④ $2^3 \times 5$
 ⑤ $2^4 \times 3 \times 5$

80. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 모든 자연수는 공통인 약수를 항상 가지고 있다.
 ② 12의 약수의 개수는 6개이다.
 ③ 2와 7은 42약수이다.
 ④ 자연수 중 약수의 개수가 가장 적은 수는 1이다.
 ⑤ 제곱인 수는 약수의 개수가 2개이다.

유형 ⑦ 약수의 개수 구하기

81. $2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수의 개수는?

- ① 4개 ② 6개 ③ 8개
- ④ 10개 ⑤ 12개

82. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12$ 의 약수의 개수를 구하시오.

83. 48 약수의 개수는?

- ① 8개 ② 10개 ③ 12개
- ④ 14개 ⑤ 16개

84. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

· 두 자연수 a, b 에 대하여 $a < b$ 이면
 $(a$ 의 약수의 개수) $<(b$ 의 약수의 개수)
 ㄴ. 126의 약수의 개수는 12개다.
 ㄷ. a 가 소수일 때, a^m 의 약수의 개수는 m 개다.
 ㄹ. 약수의 개수가 3인 수는 소수의 제곱인 수이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

85. 자연수 a 에 대하여 $f(a)$ 를 a 의 약수의 개수라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(2) = 2$
- ② $f(3) + f(4) = 5$
- ③ $f(x) = 2$ 인 x 는 소수이다.
- ④ $f(2 \times 5^3) = 8$
- ⑤ $f(16) \times f(x) = 10$ 인 한 자리의 자연수 x 의 개수는 3개다.

86. 다음 수 중 약수의 개수가 다른 하나는?

- ① 56 ② 96 ③ 128
- ④ 135 ⑤ 250

87. 360의 약수의 개수와 $2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하시오.

88. $2 \times 5^2 \times 11^x$ 의 약수의 개수가 12개일 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

89. $3^3 \times 5^a \times 7$ 의 약수의 개수가 56개일 때, a 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

90. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 15개일 때, 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a < b$)

- ① 7 ② 6 ③ 5
 ④ 4 ⑤ 3

91. 200의 약수의 개수와 $3^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

92. $18 \times \square$ 의 약수의 개수가 12개일 때, 다음 중 \square 안에 들어갈 수 없는 것은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

93. $\frac{216}{n}$ 을 자연수가 되게 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오.

94. $2^3 \times 3^2 \times A$ 의 약수의 개수가 24개일 때, 다음 중 A 의 값으로 적당하지 않은 것을 모두 고르면? (2개)

- ① 3 ② 6 ③ 7
 ④ 11 ⑤ 13

95. 72 에 어떤 자연수를 곱한 수의 약수의 개수는 72 의 약수의 개수의 3 배이다. 곱한 어떤 자연수 중 가장 작은 값을 구하시오. (단, 곱하는 자연수는 2 와 3 을 소인수로 가지지 않는다.)

96. 720 의 약수의 개수와 $2^4 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하시오.

97. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 0 은 모든 수의 약수이다.
- ② 1 은 모든 수의 약수이다.
- ③ 소수는 약수가 한 개 뿐인 수다.
- ④ 자연수는 소수와 합성수로 이루어진다.
- ⑤ 모든 수는 자기 자신의 약수를 갖는다.

98. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 모든 자연수는 공통인 약수를 항상 가지고 있다.
- ② 12 의 약수의 개수는 6 개이다.
- ③ 2 와 7 은 42 약수이다.
- ④ 자연수 중 약수의 개수가 가장 적은 수는 1 이다.
- ⑤ 제곱인 수는 약수의 개수가 2 개이다.

99. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (2 개)

- ① 1 은 합성수이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 10 이하의 자연수 중 소수는 모두 4 개다.
- ④ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 모든 합성수는 소수들의 곱으로 나타낼 수 있다.

100. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 1 은 모두 자연수의 약수이다.
- ③ 8 이하의 자연수에는 소수가 3 개 있다.
- ④ 자연수 a 는 자기 자신의 약수이지만 배수는 아니다.
- ⑤ 18 의 약수의 개수는 5 개다.

101. 다음 중 옳은 것은?

- ① 1 은 소수이다.
- ② 2 의 배수 중 소수는 없다.
- ③ 3 의 배수 중 소수의 개수는 1 개이다.
- ④ 10 이하의 소수의 개수는 5 개이다.
- ⑤ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 는 소수이다.

102. 자연수 n 의 약수의 개수를 $[n]$ 으로 나타낼 때, $[n] \times [540] = 96$ 을 만족하는 자연수 n 중에서 가장 작은 수를 구하시오.

103. $300 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, x 가 될 수 있는 세 번째 작은 자연수를 구하시오.

104. 45에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, x 가 될 수 있는 수 중에서 세 번째로 작은 수를 구하시오.

105. 자연수 A 의 약수의 개수를 $N(A)$ 로 나타낼 때, $N(140) \div N(96) \times N(x) = 3$ 을 만족하는 자연수 x 중에서 가장 작은 수를 구하시오.

106. 자연수 n 의 약수의 개수를 $f(n)$ 이라고 할 때, $f(36) \times f(x) = 36$ 을 만족하는 자연수 x 의 최솟값을 구하시오.

107. 135에 가능한 한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는지 구하시오.

108. 60을 소인수분해하면 $2^a \times 3^b \times 5^c$ 이다. 이때 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

109. 375에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수를 구하시오.

116. 7^{17} 의 일의 자리 숫자는?

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

117. 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① 14 ② 56 ③ 84
 ④ 98 ⑤ 112

118. 다음 중 360의 약수가 아닌 것은?

- ① $2^2 \times 3$ ② $2^3 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 5$
 ④ $2^3 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

119. $456 = 2^a \times 3^b \times 19^c$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

120. 500을 소인수분해하면 $a^m \times b^n$ 이다. 이 때, 자연수 a, b, m, n 에 대하여 $a+b+m+n$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 14

121. 약수의 개수가 홀수 개인 것을 고르면?

- ① 12 ② 49 ③ 79
 ④ 2×3^2 ⑤ $3^3 \times 5$

122. 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 것은?

- ① 60 ② 70 ③ 84
 ④ 96 ⑤ 150

123. $2^3 \times 7^n$ 으로 소인수분해되는 자연수의 약수의 개수가 24일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

124. $2^2 \times \square$ 은 약수의 개수가 12개인 자연수일 때, \square 안에 알맞은 수를 모두 구하면?(정답 2개)

- ① 27 ② 32 ③ 64
 ④ 81 ⑤ 125

125. 84에 가능한 한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱하는 수를 a 라고 할 때, a 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7
 ④ 12 ⑤ 21

126. 108에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ① 3 ② 2×3 ③ $2^2 \times 3$
 ④ 3^3 ⑤ $2^4 \times 3$

127. $N = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 일 때, 다음 중 N 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 45는 N 의 약수이다.
 ② 720은 N 의 배수이다.
 ③ $2^3 \times 5$ 는 N 의 약수이다.
 ④ 약수의 개수는 24개다.
 ⑤ N 이 어떤 수의 제곱이 되게 하려면 5를 곱하면 된다.

128. 두 수가 서로소인 것을 <보기>에서 고른 것은?

보기	
ㄱ. 5, 24	ㄴ. 6, 15
ㄷ. 17, 51	ㄹ. 21, 82

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

129. 다음 식에서 잘못된 부분을 찾아 바르게 고쳐라.

$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 4^5$

130. 315를 소인수분해하고, 소인수를 구하시오.

131. 소인수분해를 이용하여 98의 약수를 모두 구하시오.

132. 자연수에 대한 설명으로 옳지 않은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고르시오.

보기	
ㄱ. 소수는 모두 홀수이다.	
ㄴ. 모든 소수는 약수가 2개뿐이다.	
ㄷ. 서로 다른 두 소수는 서로소이다.	
ㄹ. 서로소인 두 자연수는 공약수가 없다.	
ㅁ. 두 수가 서로소이면 두 수는 서로 다른 소수이다.	

133. 소인수분해를 이용하여 100의 약수를 모두 구하려고 한다. 물음에 답하시오.

(1) 100을 소인수분해한 결과를 쓰시오.

(2) 다음과 같이 표를 만들어 100의 약수를 모두 구하는 과정이다. 표의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 쓰시오.

2^2 의 약수	1	2	
5^2 의 약수			
1	1×1	2×1	
		(가)	(나)
5^2		2×5^2	(다)

(3) 100의 약수를 모두 쓰시오

134. 693의 서로 다른 소인수를 나열하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하시오.

135. 1에서 30까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 2개, 3개인 수를 찾고, 성질을 각각 쓰시오.

136. 규연이는 간선파랑색 버스 60번을 타고 고민을 하였다. '60의 약수는 몇 개이며 약수들은 어떤 수일까?'라는 생각을 하였다.

(1) 60의 약수의 개수를 구하시오.

(2) 60의 약수를 나열하시오.

(3) 약수의 총합을 구하시오.

137. n 이 소수일 때, $\frac{374}{n-3}$ 가 자연수가 되도록 하는 n 을 모두 구하시오.

138. 수 A 에 대한 다음 설명을 읽고 물음에 답하시오.

- A 는 3과 5를 모두 소인수로 갖는다.
- A 는 3과 5가 아닌 소인수는 갖지 않는다.
- A 의 약수의 개수는 189의 약수의 개수와 같다.

(1) 189을 소인수분해 하시오.

(2) 189의 약수를 모두 구하시오.

(3) ㉠ A 가 될 수 있는 수를 모두 구하고, ㉡ 그 값을 모두 더한 값을 구하시오.

139. 다음 수는 1부터 10까지의 자연수의 곱 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 위의 수를 소인수분해 하시오.

(2) 위의 수에서 마지막 자리부터 연속하여 나타나는 0의 개수를 구하시오.

(3) 위의 수의 약수의 개수를 구하시오.

140. 96에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 할 때, 곱해야 하는 가장 작은 자연수를 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오.

141. $9 \times a = 120 \times b = c^2$ 을 만족하는 최소의 자연수를 a, b, c 라 할 때, a, b, c 의 값을 각각 구하고 그 과정을 자세히 서술하시오.

142. 신일이네 가족은 아버지, 어머니, 3남매 이렇게 5명으로 구성되어 있다. 신일이네 3남매는 모두 10대로 그들의 나이의 곱은 2880이고, 나이의 합은 홀수이다. 신일이네 3남매의 나이의 합을 소인수분해를 이용하여 구하고 그 과정을 서술하시오.

143. 완전수는 자연수 중에서 자기 자신을 제외한 모든 약수의 합이 자기 자신이 되는 수를 말한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 완전수를 한 개만 찾아 쓰시오.

(2) 완전수가 되는 이유를 쓰시오.

144. 다음을 읽고 물음에 답하시오.

세 명의 친구가 30장의 카드를 남은 카드없이 똑같은 수로 나눠 가지고 하는 게임을 하려고 하고 있다. 그런데 또 한 명의 친구가 와서 자기도 게임을 같이 하자고 한다.

(1) 카드 30장을 네 사람이 남은 카드 없이 똑같이 나눠 가질 수 있을까요?

(2) 카드의 수 30과 카드게임을 할 수 있는 사람 수 사이의 관계는 어떤 관계여야 할까요?

(3) 카드게임을 할 수 있는 사람 수를 모두 구하시오. (단, 게임 참가자는 두 명 이상입니다.)

145. 1부터 10까지의 자연수 중 15와 서로소인 수를 모두 구하시오.

146. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수와 최소공배수가 각각 $2^a \times 3$, $2^3 \times 3^b \times 5^c$ 일 때, $a+b+c$ 를 구하시오.

147. 두 수 $\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 n 의 값을 모두 구하고 그 과정을 서술하시오.

148. 1이상 100이하의 자연수 중 15와 서로 소인 수의 개수를 구하려고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 3의 배수와 5의 배수의 개수를 각각 구하시오.

(2) 15와 서로소인 수의 개수를 구하시오.

149. 다음 중 옳은 내용만을 모두 고른 것은?

- ㉠ 연속한 두 자연수는 서로소이다.
- ㉡ 두 짝수의 최대공약수는 2의 배수이다.
- ㉢ 모든 자연수는 소수의 곱으로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 약수의 개수가 2개 이하인 수는 모두 소수이다.
- ㉤ 서로소인 두 수의 최소공배수는 두 수의 곱이다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉣, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉣
- ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

150. 가로, 세로의 길이가 모두 자연수이고 넓이가 108인 직사각형은 모두 몇 가지인지를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

- | 조건 |
- 소인수분해를 이용할 것
 - 2와 3, 3과 2와 같이 가로와 세로의 길이가 서로 바뀐 경우는 한 가지로 셀 것

151. 다음 수는 1부터 10까지의 자연수의 곱 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 위의 수를 소인수분해 하시오.

(2) 위의 수에서 마지막 자리부터 연속하여 나타나는 0의 개수를 구하시오.

(3) 위의 수의 약수의 개수를 구하시오.

152. $60 \times x$ 의 약수의 개수가 24개가 되는 자연수 x 의 모든 개수는?(단, $60 \times x$ 의 소인수의 개수는 3개이다.)

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
 ④ 6개 ⑤ 7개

153. 약수의 개수가 8인 자연수 중 네 번째로 작은 수와 두 번째로 작은 수의 차는?

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 16

154. 자연수 n 의 약수의 개수를 $\langle n \rangle$ 이라 할 때, $\langle 48 \rangle \times \langle x \rangle = 40$ 을 만족하는 자연수 x 의 최솟값은?
 (단, 약수의 개수는 자연수에서 생각한다.)

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

155. 어떤 수를 소인수분해하면 $2^2 \times a^n$ 이고, 이 수의 약수의 개수가 9개이다. a 는 10미만인 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합은?
 (단, 2와 a 는 서로소이다.)

- ① 196 ② 205 ③ 232
 ④ 324 ⑤ 360

156. $10 \times 11 \times 12 \times 13 \times \dots \times 20$ 을 소인수분해 할 때, 소인수 2의 지수는?

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

157. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

| 보기 |

ㄱ. 합성수가 아닌 자연수는 약수의 개수가 2개이다.
 ㄴ. 소수는 자신보다 작은 자연수의 곱으로 나타낼 수 있다.
 ㄷ. 서로소는 공약수가 없다.
 ㄹ. a, b 가 서로소이면 $\frac{a}{b^2}$ 는 기약분수이다.
 ㅁ. a 가 소수이면 $11a$ 는 합성수이다.
 ㅂ. 100에 가장 가까운 6의 배수는 96이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

158. 18에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱할 수 있는 가장 작은 자연수를 a , 두 자릿수 중에서 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값은?

- ① 2 ② 6 ③ 16
 ④ 24 ⑤ 30

159. 자연수 x 에 대하여 $x \gt$ 가 x 의 일의 자리의 숫자를 나타낼 때, $3^{1315} + \langle 7^{1318} \rangle$ 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 12
- ④ 14 ⑤ 16

160. $108 \times x = y^2$ 을 만족하는 자연수 x, y 가 가장 작은 자연수가 되도록 할 때, $x^2 - 3y$ 의 값은?

- ① -45 ② -30 ③ 0
- ④ 28 ⑤ 32

161. $2 \times 3^2 \times 7$ 의 약수 중 다섯 번째로 작은 수와 네 번째로 큰 수의 합은?

- ① 20 ② 24 ③ 26
- ④ 28 ⑤ 30

162. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 49 \times 50$ 을 소인수분해 할 때, 소인수 5의 지수는?(단, n 은 자연수이다.)

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

163. 1008의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수를 모두 구한 것은?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
- ④ 5개 ⑤ 6개

164. 자연수 180에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 180을 소인수분해하면 $2^a \times 3^b \times c$ 이다. 이 때, $a + b + c$ 를 구하시오. (단, a, b, c 는 자연수)

(2) $180 \times x = y^2$ 을 만족하는 자연수 x, y 중에서 두 번째로 작은 수 x 와 이 때의 y 의 값을 구하시오.

165. 자연수 108의 약수의 개수를 L , 42의 소인수 중에서 가장 큰 소인수를 M , 15의 약수의 합을 N 이라고 할 때, $L+M-N$ 의 값을 구하시오.

166. $A = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 일 때, A 의 약수 중 짝수의 개수는?
 ① 9개 ② 12개 ③ 15개
 ④ 18개 ⑤ 27개

167. 다음 <조건>을 모두 만족하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

| 보기 |

(가) $30 < n < 60$ 인 자연수이다.
 (나) n 의 모든 약수의 합은 $n+1$ 이다.

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개
 ④ 10개 ⑤ 11개

168. 50이하의 자연수 중 약수가 6개인 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개
 ④ 11개 ⑤ 12개

169. 자연수 a 는 $a = 2^b \times 3^2$ 으로 소인수분해되고 약수가 15개이다. $a+b$ 의 값은?

- ① 144 ② 148 ③ 160
 ④ 172 ⑤ 288

170. 자연수 N 을 소인수분해 했을 때, 2의 개수를 $\langle N \rangle$ 으로 표시한다. 예를 들면 $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ 이므로 $\langle 24 \rangle = 3$, $20 = 2 \times 2 \times 5$ 이므로 $\langle 20 \rangle = 2$ 이다. $\langle N \rangle = 4$ 가 되는 두 자리의 자연수 N 은 모두 몇 개인가?

- ① 3 ② 5 ③ 7
 ④ 9 ⑤ 11

171. 20의 약수의 개수와 $3^a \times b$ 의 약수의 개수가 같을 때, 4 이하의 자연수 b 에 대하여 가능한 자연수 a 를 모두 더한 값은?

- ① 5 ② 7 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

172. $72n$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 가장 작은 자연수 n 은 8이다.
 ② 두 번째로 작은 자연수 n 은 8이다.
 ③ 열 번째로 작은 자연수 n 은 20이다.
 ④ 가장 작은 유리수 n 은 $\frac{1}{2}$ 이다.
 ⑤ 열 번째로 작은 유리수 n 은 $\frac{25}{18}$ 이다.

173. a, b, c 가 자연수일 때, $28a = 75b = c^2$ 을 만족하는 c 중에서 가장 작은 값은?

- ① 30 ② 70 ③ 105
 ④ 210 ⑤ 420

174. 자연수 x 를 소인수분해했을 때, 나타나는 소인수의 합을 $S(x)$ 라 하자. 예를 들어, $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ 이므로 $S(90) = 2 + 3 + 3 + 5 = 13$ 이다. 어떤 자연수 m 을 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이고, $S(m) = 14$ 가 되는 모든 자연수 m 의 합은?

(단, a, b, c 는 서로 다른 소수)

- ① 154 ② 190 ③ 274
 ④ 290 ⑤ 310

175. n 이 소수일 때, $\frac{374}{n-3}$ 가 자연수가 되도록 하는 n 을 모두 구하시오.

개념 6. 공약수와 공배수

(1) 공약수: 두개 이상의 수에서 공통인 약수
 ▶ 제일 큰 공약수를 최대공약수라 한다.
 ▶ 1 은 제일 작은 공약수이다.
 ▶ 두 수의 공약수 \Rightarrow 두 수의 최대공약수의 약수와 같다.
 예) 16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16
 24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
 따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8이고 이것은 두 수의 최대공약수인 8의 약수와 같다.
 (2) 서로소: 공약수가 1뿐인 두 자연수
 즉, 최대공약수가 1인 두 자연수
 두 수가 서로소인지 알아보려면 최대공약수를 구해 본다.

개념



176. 다음 안에 알맞은 수를 넣으시오.

- (1) 6의 약수는 1, 2, 3, 이다.
- (2) 18의 약수는 1, 2, , 6, 18이다.
- (3) 6과 18의 공약수는 1, 2, , 이다.
- (4) 6과 18의 최대공약수는 이다.

유계



177. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

- ① 2, 14 ② 3, 9 ③ 5, 25
- ④ 6, 15 ⑤ 7, 17

유계



178. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

- ① 8과 10 ② 9와 15 ③ 12와 29
- ④ 21과 35 ⑤ 33과 27

유계



179. 다음을 구하시오.

- (1) 12, 30에 대하여
- ① 12의 약수
 - ② 30의 약수
 - ③ 12와 30의 공약수
 - ④ 12와 30의 최대공약수

- (2) 24, 32에 대하여
- ① 24의 약수
 - ② 32의 약수
 - ③ 24와 32의 공약수
 - ④ 24와 32의 최대공약수

- (3) 27, 45에 대하여
- ① 27의 약수
 - ② 45의 약수
 - ③ 27과 45의 공약수
 - ④ 27과 45의 최대공약수

유계

○○○

180. 최대공약수가 다음과 같을 때, 두 자연수 a, b 의 공약수를 모두 구하시오.

(1) a, b 의 최대공약수가 6

(2) a, b 의 최대공약수가 12

(3) a, b 의 최대공약수가 21

(4) a, b 의 최대공약수가 28

유계

○○○

181. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5, 2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 아닌 것은?

- ① 2^2 ② 5 ③ 2×5
- ④ $2^2 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3$

유계

○○○

182. 다음 중 두 수 $A = 2^3 \times 3^2, B = 2^2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 2^3 ③ 3^2
- ④ $2^2 \times 3$ ⑤ $2^2 \times 3^2$

유계

○○○

183. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 25와 21은 서로소이다.
- ② 가장 작은 소수는 2이다.
- ③ 모든 자연수는 약수가 2개 이상이다.
- ④ 최대공약수가 1인 두 수는 서로소이다.
- ⑤ 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수이다.

●●○

고난도

○○○

184. 20 이하의 두 자리의 자연수 중에서 12와 서로소인 수를 모두 구하시오.

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
- ④ 5개 ⑤ 6개

고난도

○○○

185. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 54일 때, a 와 b 의 공약수의 개수를 구하시오.

고난도

○○○

186. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 16일 때, A 와 B 의 공약수 중에서 세 번째로 큰 수를 구하시오.

개념 7. 최대공약수

(1) 소인수분해 이용 :

- ① 각 수를 소인수분해한다.
- ② 공통인 소인수 중에서 지수가 같은 것은 그대로, 다른 것은 작은 것을 택하여 곱한다.

$$\begin{array}{r} 24 = 2^3 \times 3 \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ \hline 2 \times 3 \end{array}$$

↑ 지수가 작은것!

(2) 나눗셈 이용 :

- ① 각 수를 공통인 소인수로 나누어 몫에 공통인 소인수가 없어질 때까지 계속 나눈다.
- ② 공통인 소인수를 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 24 \quad 30 \\ 3 \) \ 12 \quad 15 \\ \hline 4 \quad 5 \end{array}$$

최대공약수(G.C.D)

Greatest(최대)

Common(공통)

Divisor(약수)

의 머리글자를 딴 것이다.

개념



187. 다음은 18와 24의 최대공약수를 구하는 과정이다.

□ 안에 알맞은 수를 넣으시오.

(1) 나눗셈을 이용 (2) 소인수분해를 이용

$$\begin{array}{r} \square \) \ 18 \quad 24 \\ \square \) \ 9 \quad 12 \\ \hline 3 \quad \square \end{array} \quad \begin{array}{l} 18 = \square \times \square^2 \\ 24 = \square^3 \times \square \end{array}$$

최대공약수 : 최대공약수 :
2×□ 2×□

개념



188. 세 수 18, 24, 36의 최대공약수를 다음을 이용하여 각각 구하시오.

(1) 나눗셈을 이용

(2) 소인수분해를 이용

개념



189. 다음 수들의 최대공약수를 구하시오.

(1) $2 \times 3, 2 \times 3 \times 5 \times 7$

(2) $2^2 \times 3, 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

(3) $2^2 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

(4) $2^2 \times 3^2, 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$

유제

○○○

190. 다음 수들의 최대공약수를 구하시오.

(1) 24, 32

(2) 15, 30, 45

(3) $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2 \times 3 \times 5^2 \times 7$, $3^2 \times 5$

고난도

○○○

191. 다음 중 세 수 48, 120, 144의 공약수가 아닌 것은?

- ① 3^2 ② 2^3 ③ 2×3 ④ $2^2 \times 3$
 ⑤ $2^3 \times 3$

고난도

○○○

192. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$, $3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 의 공약수의 개수를 구하시오.

고난도

○○○

193. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^3$, $2^3 \times 5^a$ 의 최대공약수가 $2^b \times 5^2$ 일 때, 두 수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.

고난도

○○○

194. 두 수 a, b 에 대하여 $a \div b = (a, b)$ (두 수 a, b 의 최대공약수)를 나타낸다. 예를 들면 $24 \div 36 = 12$ 이다. $12 \div \square = 1$ 일 때, \square 에 들어가는 100 이하의 자연수의 개수를 구하시오.

개념 8. 공배수와 최소공배수

(1) 공배수 : 두 개이상의 수의 공통된 배수
 ▶ 두 수의 공배수중 제일 작은 배수를 최소공배수라한다.
 ▶ 공배수는 최소공배수의 배수이다.
 ▶ 두 수의 공배수 = 두 수의 최소공배수의 배수와 같다.
 (예) 6의 배수는
 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48** ...
 8의 배수는
 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, ...
 두 수의 공배수는 24, 48, ...이고 이것은 두 수의 최소공배수인 24의 배수와 같다.

개념



195. 다음을 구하시오.

- (1) 4, 6에 대하여
 ① 4의 배수
 ② 6의 배수
 ③ 4와 6의 공배수
 ④ 4와 6의 최소공배수
- (2) 6, 8에 대하여
 ① 6의 배수
 ② 8의 배수
 ③ 6과 8의 공배수
 ④ 6과 8의 최소공배수
- (3) 10, 15에 대하여
 ① 10의 배수
 ② 15의 배수
 ③ 10과 15의 공배수
 ④ 10과 15의 최소공배수

유제



196. 최소공배수가 다음과 같을 때, 두 자연수 a, b 의 30이하의 공배수를 구하시오.

- (1) a, b 의 최소공배수가 4
 (2) a, b 의 최소공배수가 6
 (3) a, b 의 최소공배수가 7
 (4) a, b 의 최소공배수가 8

유제



197. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 24일 때, a, b 의 공배수 중 100 이하의 자연수는 모두 몇 개인지 구하시오.

고난도



198. 1에서 100까지의 자연수 중에서 2의 배수이지만 3의 배수는 아닌 것의 개수를 구하시오.

고난도

○○○

199. 다음 세 조건을 모두 만족하는 자연수의 개수를 구하시오.

- 조건1) 8의 배수이다.
 조건2) 20의 배수이다.
 조건3) 100보다 작은 자연수이다.

고난도

○○○

200. 다음 세 조건을 모두 만족하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

- 조건1) 6의 배수이다.
 조건2) 10의 배수이다.
 조건3) 15의 배수이다.

고난도

○○○

201. 어떤 자연수에 15를 곱하면 36과 60의 공배수가 된다고 한다. 이러한 자연수 중 가장 작은 수를 구하시오.

개념 9. 최소공배수 구하기

(1) 소인수분해 이용:

- ① 각 수를 소인수분해한다.
- ② 공통인 소인수 중에서 거듭제곱이 같은 것은 그대로, 다른 것은 큰 것을 택하고 공통이 아닌 것은 모두 택하여 곱한다.

$$\begin{array}{r} 24 = 2^3 \times 3 \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ \hline 24 = 2^3 \times 3 \times 5 \end{array}$$

↑지수가 큰것!

(2) 나눗셈 이용:

- ① 두 개 이상의 수에 공통인 소인수로 각 수를 나누어 어느 두 수의 몫도 서로소가 될 때까지 계속한다.
- ② 공통인 소인수와 마지막 몫을 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 24 \quad 30 \\ 3 \) \ 12 \quad 15 \\ \hline 4 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수(L.C.M)

Least(최소)

Common(공통)

Multiple(배수)

개념



202. 다음은 8와 20의 최소공배수를 구하는 과정이다.

안에 알맞은 수를 넣으시오.

(1) 나눗셈을 이용

$$\begin{array}{l} 8 = \square \\ 20 = 2^2 \times \square \end{array} \quad \text{최소공배수} : 2^3 \times \square$$

(2) 소인수분해를 이용

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 8 \quad 20 \\ \square \) \ 4 \quad 10 \\ \square \ \square \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{최소공배수} \\ 2 \times \square \times \square \times \square \end{array} :$$

개념



203. 세 수 18, 24, 36의 최소공배수를 다음을 이용하여 각각 구하시오.

(1) 나눗셈을 이용

(2) 소인수분해를 이용

개념



204. 다음 수들의 최소공배수를 구하시오.

- (1) 12, 30 (2) 30, 48

- (3) 12, 60, 20 (4) 40, 30, 70

유계



205. 다음 수들의 최소공배수를 구하시오.

(1) 2×3 , $2 \times 3 \times 5 \times 7$

(2) $2^2 \times 3$, $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

(3) $2^2 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

(4) $2^2 \times 3^2$, $2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$

유계



206. 두 수 84, 126 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 84 를 소인수분해하면 $2^2 \times 3 \times 7$ 이다.
- ② 126 을 소인수분해하면 $2 \times 3^2 \times 7$ 이다.
- ③ 84 와 126 의 공약수는 8 개다.
- ④ 84 와 126 의 최대공약수는 42 이다.
- ⑤ 84 와 126 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이다.

유계



207. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 최소공배수는?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$
- ② $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$
- ③ $2^3 \times 3^5 \times 7$
- ④ $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$
- ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

유계



208. 세 수 12, 45, 60의 최소공배수를 구하시오.

유계



209. 세 수 $2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3$, $2 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공배수를 거듭제곱을 써서 나타내시오.

유계



210. 세 수 8, 15, 24의 공배수 중 700에 가장 가까운 수를 구하시오.

고난도

○○○

211. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$, $2^4 \times 3^4 \times 5^b$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 5$, 최소공배수가 $2^4 \times 3^4 \times 5^3$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

고난도

○○○

212. 세 자연수 $A=2 \times 3^2 \times 5$, $B=2^2 \times 3 \times 5 \times 7$, $C=2 \times 3 \times 5^2$ 에서 A, B, C 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오.

고난도

○○○

213. 세 자연수 15, 12, 24에 어떤 소수를 곱하였더니 이들의 최소공배수가 360이 되었다. 이때 곱한 소수를 구하시오.

고난도

○○○

214. 두 자연수 A 와 24의 최대공약수는 6, 최소공배수는 120이다. 이때, 자연수 A 의 값을 구하시오.

고난도

○○○

215. 세 자연수의 비가 $2:3:8$ 이고 최소공배수가 144일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수를 구하시오.

개념 10. 최대공약수와 최소공배수의 활용

- (1) 최대공약수의 활용
 * 나누는 문제는 최대공약수이다.
 * 문제 안에 '가능한 많은', '가장 큰', '최대의' 등의 표현이 포함된 문제는 최대공약수를 이용한다.
- (2) 최소공배수의 활용
 * 늘리거나 쌓아올리는 문제는 최소공배수이다.
 * 문제 안에 '가능한 작은', '가장 작은', '최소한', '다시 만나는' 등의 표현이 포함된 문제는 최소공배수를 이용한다.
- (3) 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 G 이고, 최소공배수가 L 일 때, $A = a \times G, B = b \times G$ (a, b 는 서로소)라 하면
 ① $L = a \times b \times G$
 ② $A \times B = L \times G = G^2 ab$

개념



216. 빵 20개와 굴 15개를 가능한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 나누어 줄 수 있는 학생 수를 구하시오.
- (2) 한 학생에게 빵과 굴을 각각 몇 개씩 나누어 줄 수 있는지 구하시오.

개념



217. 어느 항구에서 A, B 두 유람선을 각각 25분, 40분 간격으로 운행을 하고 있다. 오전 7시에 유람선 A, B 가 동시에 출발하였을 때, 그 이후 두 유람선이 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각을 구하시오.

유제



218. 다음 물음에 답하시오.

(1) 사과 32개, 굴 48개를 되도록 많은 사람들에게 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는지 구하시오.

(2) 연필 50자루, 볼펜 75자루를 되도록 많은 학생들에게 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는지 구하시오.

(3) 가로 길이가 $60cm$, 세로 길이가 $90cm$, 높이가 $120cm$ 인 직육면체 모양의 상자에 남은 부분이 없이 가능한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이 때, 타일의 한 변의 길이를 구하시오.

(4) 가로 길이가 $120cm$, 세로 길이가 $200cm$ 인 벽에 남은 부분이 없이 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이 때, 한 변의 길이와 필요한 타일의 수를 구하시오.

(5) 가로 길이 $54m$, 세로 길이 $36m$ 인 직사각형 모양의 연못의 둘레에 같은 간격으로 기둥을 세우려고 한다. 네 귀퉁이에는 반드시 기둥을 세우고, 기둥의 수를 가능한 적게 하려고 할 때, 기둥과 기둥 사이의 간격을 구하시오.

(6) 가로 길이 $150m$, 세로 길이 $120m$ 인 직사각형 모양의 농장의 둘레에 같은 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 귀퉁이에는 반드시 나무를 심을 때, 최소한 몇 그루의 나무가 필요한지 구하시오.

(7) 어떤 자연수를 28로 나누면 1이 남고, 40을 나누면 4가 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하시오.

(8) 어떤 자연수로 27을 나누면 3이 남고, 65를 나누면 5가 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하시오.

(9) 세 수 6, 8, 12의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하시오.

(10) 세 수 4, 5, 6의 어느 것으로 나누어도 항상 나머지가 2가 되는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하시오.

(11) 가로 길이 $6cm$, 세로 길이 $8cm$ 인 직사각형을 겹치지 않게 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.

(12) 어떤 버스 종점에서 일반버스는 6분, 마을버스는 9분 간격으로 출발한다. 오전 8시에 일반버스와 마을버스가 동시에 출발했다면, 다음에 두 버스가 동시에 출발하는 시각을 구하시오.

(13) 톱니의 수가 각각 24개, 30개인 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려있다. 두 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 최초로 같은 톱니에서 다시 맞물릴 때까지 A 의 회전수를 구하시오.

유제



219. 두 자연수 A , 15의 최대공약수는 3이고, 최소공배수는 60일 때, 자연수 A 의 값을 구하시오.

유제

○○○

220. 두 자연수의 곱이 300이고 최소공배수가 60일 때, 두 수의 최대공약수를 구하시오.

고난도

○○○

221. 세 자연수 28, 42, x 의 최대공약수는 7이고, 최소공배수는 420일 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하시오.

고난도

○○○

222. 두 수의 곱이 960이고 최소공배수가 120일 때, 이 두 수의 최대공약수를 구하시오.

내신잡기

9형 ⑧

공약수와 최대공약수

223. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 36일 때, 다음 중 A, B 의 공약수가 아닌 것은?
- ① 4 ② 9 ③ 12
 ④ 18 ⑤ 24

224. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수의 개수를 구하시오.

- 조건1) $2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수
 조건2) $2^2 \times 3^3 \times 7$ 의 약수

225. 세 수 $2^3 \times 3, 2 \times 3^4 \times 7, 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는?
- ① 2×3 ② $2^2 \times 3$ ③ $2 \times 3 \times 5$
 ④ $2^2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

226. 세 수 $2^3 \times 3^2 \times 5, 2^2 \times 3^3 \times 5, 2^3 \times 3^4 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$
 ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ ④ $2^3 \times 3^2 \times 5$
 ⑤ $2^4 \times 3^3 \times 5^3$

227. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 수의 공약수는 그 두 수의 최대공약수의 약수이다.
 ② 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.
 ③ 모든 자연수는 자신을 약수로 갖는다.
 ④ 모든 자연수의 약수의 개수는 2개 이상이다.
 ⑤ 두 자연수가 서로소이면 두 수의 공약수는 1뿐이다.

228. 공책 42 권과 연필 54 자루를 가능한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 나누어 줄 수 있는 사람의 수는?

- ① 4명 ② 5명 ③ 6명
 ④ 7명 ⑤ 8명

229. 사과 72 개, 귤 81 개, 복숭아 63 개를 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 나누어 줄 수 있는 사람의 수를 구하시오.

230. 공책 60 권, 지우개 105 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 학생이 받게 되는 공책이 x 권, 지우개가 y 개라고 할 때, $x+y$ 의 값은?

- ① 9 ② 11 ③ 13
- ④ 15 ⑤ 17

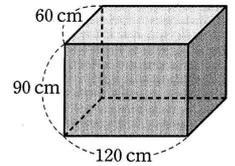
231. 이번 주말에 실시하는 봉사 활동에 참여하는 학생 수가 남학생은 216 명, 여학생은 189 명이다. 각 조에 속하는 남학생 수와 여학생 수가 같도록 남는 학생 없이 여러 개의 조로 나누어 봉사활동을 실시할 때, 가능한 많은 조로 나누려면 몇 개의 조로 나누어야 하는지 구하시오.

232. 가로 길이가 32cm, 세로 길이가 56cm인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽에 빈틈없이 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

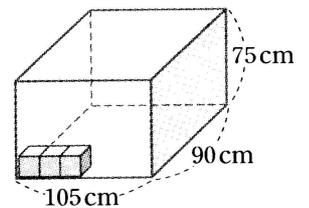
(1) 타일의 한 변의 길이를 구하시오.

(2) 필요한 타일의 개수를 구하시오.

233. 오른쪽 그림과 같이 가로 길이가, 세로 길이가, 높이가 각각 120cm, 60cm, 90cm인 직육면체 모양의 나무토막을 쪼개어 될 수 있는 한 큰 정육면체 모양의 블록을 만들려고 한다. 이때, 블록은 모두 몇 개를 만들 수 있는지 구하시오.

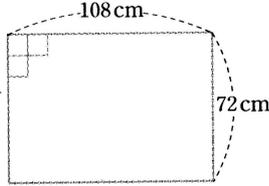


234. 그림과 같이 가로, 세로, 높이가 각각 105cm, 90cm, 75cm인 직육면체 모양의 통에 똑같은 모양의 정육면체 나무토막을 빈틈없이 쌓는다. 나무토막의 크기를 최대 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

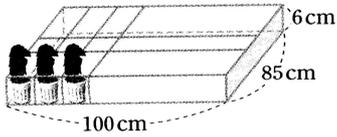


- ① 200 개 ② 210 개
- ③ 220 개 ④ 230 개
- ⑤ 240 개

235. 가로, 세로의 길이가 각각 108 cm, 72 cm 인 직사각형 모양의 벽면이 있다. 이 벽면에 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 남은 부분이 없도록 붙이려면 타일의 한 변의 길이를 몇 cm 로 하면 되는지 구하시오.



236. 가로, 세로, 높이가 각각 100 cm, 85 cm, 6 cm 인 직육면체 모양의 상자를 그림과 같이 구획을 나눠서, 한 구획에 하나의 작은 화분을 넣어서 키우려고 한다. 되도록 한 구획의 크기를 크게 할 때, 필요한 화분의 개수를 구하시오.



237. 어떤 수로 22 를 나누면 1 이 남고, 37 을 나누면 2 가 남고, 46 을 나누면 3 이 부족하다고 한다. 이때, 어떤 수 중에서 가장 큰 수는?
 ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 12

238. 어떤 수로 80 을 나누면 1 이 부족하고, 116 을 나누면 8 이 남는다고 한다. 어떤 수가 될 수 있는 것은 몇 개인가?
 ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

239. 빵 100 개와 과자 95 개를 각 학생들에게 최대한 많이 골고루 나누어 주었더니 빵은 4 개가 남고, 과자는 1 개가 부족하였다. 이때, 학생 수는 몇 명인가? (단, 학생수는 30 명 이상 40 명 이하이다.)
 ① 30 명 ② 31 명 ③ 32 명
 ④ 33 명 ⑤ 34 명

유형 ⑨ 서로소

240. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

- ① 15, 45 ② 12, 40 ③ 9, 14
- ④ 27, 48 ⑤ 21, 81

241. 다음 보기 중 두 수가 서로소인 것을 모두 골라라.

[보 기]

- ㉠ 5, 20
- ㉡ 8, 33
- ㉢ 13, 39
- ㉣ 20, 27
- ㉤ 28, 40
- ㉥ 32, 81

242. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a \odot b$ 를 a 와 b 의 최대공약수로 정의 할 때, $n \odot 6 = 1$ 을 만족하는 20보다 작은 자연수 n 의 개수를 구하시오.(단, $n \neq 1$)

243. 다음 서로소에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 공약수가 1 뿐인 두 자연수는 서로소이다.
- ② 서로 다른 두 소수의 최대공약수는 1이다.
- ③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.
- ④ 두 자연수의 최대공약수가 1이면 두 자연수는 서로소이다.
- ⑤ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수의 최대공약수는 1이다.

244. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (2개)

- ① 111 과 123 은 서로소이다.
- ② 서로 다른 두 홀수는 서로소이다.
- ③ 1 과 그 자신만을 약수로 가지는 서로 다른 두 수는 서로소이다.
- ④ 서로 다른 두 수가 모두 소수가 아니어도 서로소가 될 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 두 짝수 중에는 서로소가 존재한다.

245. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

[보 기]

- ㉠. 소수의 약수의 개수는 2개다.
- ㉡. 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ㉢. 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.
- ㉣. 두 자연수가 서로소이면 두 수의 공약수는 1뿐이다.

유형 ⑩ 공배수와 최소공배수

246. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$
- ④ $2^3 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

247. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 18일 때, A , B 의 공배수 중 100 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개
- ④ 7개 ⑤ 8개

248. 세 수 $2 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$ 의 최소공배수는?

- ① $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ② $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$
- ③ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$
- ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$

249. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 7^3$, $2^3 \times 5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 28일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

250. 소인수분해된 두 수 $2^a \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수가 12, 최소공배수가 4200일 때, $a-b+c$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

251. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, 자연수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

252. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^b \times 7$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^4 \times 5 \times 7$ 일 때, $a+b$ 의 값은?(단, a, b 는 자연수)

253. 세 수 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$, $2 \times 3^2 \times 7^2 \times 11$ 의 최소공배수는?

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$
- ② $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$
- ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 11$
- ④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 11^2$
- ⑤ $2^4 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

254. 두 자연수 $2^a \times 3$, $2^3 \times 3^b \times 7$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^3 \times 7$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하시오.

255. 두 분수 $\frac{1}{50}$ 과 $\frac{1}{70}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하시오.

256. 두 분수 $\frac{1}{48}$ 과 $\frac{1}{80}$ 중 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 세 자리의 자연수의 개수를 구하시오.

257. 세 분수 $\frac{12}{7}$, $\frac{18}{49}$, $\frac{27}{28}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되게 하는 분수 중 가장 작은 기약분수를 구하시오.

258. 세 분수 $\frac{45}{14}$, $\frac{36}{35}$, $\frac{27}{70}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되게 하는 분수 중 가장 작은 기약분수를 $\frac{y}{x}$ 라 할 때, $y-x$ 의 값을 구하시오.

259. 세 분수 $\frac{7}{6}$, $\frac{35}{12}$, $\frac{56}{27}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되게 하는 가장 작은 분수를 구하시오.

9형 ① 최소공배수의 활용

260. 가로, 세로의 길이가 10 cm, 세로의 길이가 12 cm 인 직사각형 모양의 색종이를 겹치지 않고 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형 모양의 큰 색종이로 만들려고 한다. 이때, 정사각형 모양의 색종이의 넓이를 구하시오.

261. 같은 크기의 정육면체 모양의 블록을 쌓아 가로, 세로의 길이가 각각 126 cm, 162 cm, 높이가 180 cm 인 직육면체가 되게 하려고 한다. 블록의 크기를 최대한 하려고 할 때, 필요한 블록의 개수는?
 ① 560 개 ② 580 개 ③ 600 개
 ④ 630 개 ⑤ 650 개

262. 가로, 세로의 길이가 24 cm, 세로의 길이가 16 cm, 높이가 12 cm 인 벽돌을 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 a , 필요한 벽돌의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

263. 톱니의 수가 각각 20개, 32개인 두 톱니바퀴가 서로 맞물려 돌아가고 있다. 두 톱니바퀴가 한 번 맞물린 후 같은 톱니에서 다시 맞물릴 때까지 작은 톱니바퀴와 큰 톱니바퀴는 각각 몇 바퀴를 돌아야 하는지 구하시오. (단, 풀이 과정을 자세히 써라.)

264. 각각의 톱니에 1부터 6까지의 숫자가 적힌 톱니바퀴 A와 1부터 8까지의 숫자가 적힌 톱니바퀴 B가 서로 맞물려 있다. 처음에 1과 1에서 2와 2, 3과 3, ...이 차례로 같이 맞물려 돌아간다면 톱니바퀴 A가 52회전 했을 때, 같은 번호끼리 맞물린 것은 모두 몇 번인지 구하시오.

265. 어느 역에서 통일호 열차는 20분마다, 무궁화호 열차는 25분마다, 전철은 10분마다 출발한다고 한다. 오전 6시에 세 열차가 동시에 출발했을 때, 바로 다음에 동시에 출발하는 시각을 구하시오.

266. 어떤 수를 3, 6, 7로 각각 나누면 모두 2가 남는다고 한다. 이런 수 중 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하시오.

267. 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남고, 7로 나누면 5가 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하시오.

268. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 1이 부족한 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수를 구하시오.

269. 두 자연수 36과 A 의 최대공약수가 12이고 최소공배수가 180일 때, A 의 값을 구하시오.

270. 두 자연수 70과 A 의 최대공약수가 14이고 최소공배수가 210일 때, A 의 값을 구하시오.

271. 두 자연수 $A=5 \times a$, $B=5 \times b$ 에 대하여 $A \times B=150$ 일 때, A, B 의 최소공배수는? (단 a, b 는 서로소)
 ① 30 ② 35 ③ 40
 ④ 45 ⑤ 50

272. 두 자연수 60과 x 의 최대공약수는 15이고 최소공배수는 300이다. 이때, x 의 값을 구하시오.

273. 두 자연수 128, x 의 최대공약수는 16이고, 최소공배수는 640일 때, x 의 값을 구하시오.

274. 두 자연수 175, x 의 최대공약수는 25이고, 최소공배수는 1050이다. x 의 값을 구하시오.

275. 두 자연수 A , B 의 최대공약수는 7이고, 두 수 A 와 B 의 곱은 490이다. 이때, A 와 B 의 합 $A+B$ 의 최댓값은?

- ① 49 ② 56 ③ 63
④ 70 ⑤ 77

276. 두 자연수 A , B 의 최대공약수는 12이고 최소공배수는 420이다. $A-B=24$ 일 때, 두 자연수 A , B 를 구하시오.

277. 두 자연수 A, B 에 대하여 A, B 의 곱이 864, 최대공약수가 12이고 그 차가 12일 때, $A+B$ 의 값은?

- ① 58 ② 60 ③ 62
④ 64 ⑤ 66

278. 두 자리의 자연수가 2개 있다. 이 두 수의 곱이 640이고, 최대공약수가 8일 때, 두 수의 합은?

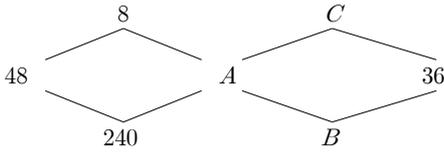
- ① 16 ② 24 ③ 40
④ 56 ⑤ 88

279. 두 자연수 a, b 의 곱이 294이고, 최대공약수가 7이다. 이때, 가능한 a 의 값들의 곱은? (단, $a < b$)

- ① 18 ② 98 ③ 196
④ 392 ⑤ 882

280. 두 자연수의 곱이 2430이고, 최소공배수가 270일 때, 이 두 수의 최대공약수를 구하시오.

281. 아래 그림에서 는 아래 연결된 두 수의 최대공약수를 \vee 는 위에 연결된 두 수의 최소공배수를 구한 것이다. 이때 $A+B+C$ 의 값을 구하시오.



282. 합이 96이고 최대공약수가 12인 두 자연수가 있다. 두 수의 차가 24일 때, 두 수의 최소공배수를 구하시오.

283. 자전거를 타고 민수는 매분 $300m$, 다혜는 매분 $200m$ 의 일정한 속력을 유지하며 공원의 트랙을 돌고 있다. 민수가 트랙을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 8분이라 한다. 두 사람이 같은 지점에서 같은 방향으로 동시에 출발했을 때, 출발 한 지 몇 분 후에 처음 출발한 위치에서 처음으로 다시 만나는지 구하시오.

284. 세 자연수 A, B, C 에 대하여 A, B, C 의 최대공약수는 12이고, A, B 의 최대공약수는 60이다. A, B 의 최소공배수는 360이고 B, C 의 최소공배수는 480일 때, A, B, C 의 값을 구하시오.(단, $A > B > C$)

285. 두 자연수의 곱이 605 이고 최대공약수가 11 일 때, 두 자연수의 합을 구하시오.

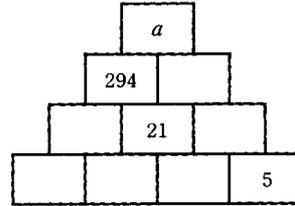
286. 연중무휴로 여는 도서관에 선영이는 3일 동안 도서관에 나온 후 1을 쉬고 유진이는 5일 동안 도서관에 나온 후 3일 쉰다. 선영이와 유진이가 2008년 3월 1일 부터 처음으로 도서관에 다니기 시작했다면 그 해 6월까지 공부를 같이 할 수 있는 날은 몇 일인지 구하시오.

287. 두 자연수 a, b 의 최대공약수를 $a*b$, 최소공배수를 $a \odot b$ 라고 할 때, $(24 \odot 36) * 30$ 의 값을 구하시오.

288. 자연수 a 에 대하여 $D(a)$ 를 a 의 약수의 개수라 할 때, $D(D(720))$ 의 값을 구하시오.

289. 97에서 97^2 까지의 자연수 중에서 97^2 과 서로소인 자연수의 개수를 구하시오.

290. 오른쪽 그림과 같이 위쪽 직사각형 안에는 바로 아래에 인접한 두 직사각형 안에 있는 숫자의 곱을 써 넣는다고 한다. 10개의 직사각형을 다음과 같이 나열하였을 때, a 에 들어갈 수를 구하시오. (단, 상자 안의 수들은 모두 1보다 크다.)



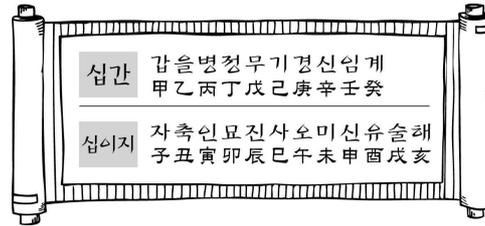
291. 빨강, 노랑 두 개의 전구가 있다. 스위치를 켜면 빨강 전구는 2초간 켜진 후 2초간 꺼지고, 노랑 전구는 3초간 켜진 후 3초간 꺼지는 과정이 반복된다. 두 전구에 연결되어 있는 스위치를 동시에 켜 후 2분 동안 두 개의 전구가 모두 켜져 있는 시간을 구하시오.

292. 해미네 학교에 가로 길이 180 m, 세로 길이 150 m 인 직사각형 모양의 운동장이 있다. 운동장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심으려고 할 때, 최소한 몇 구루의 나무를 심어야 하는지 구하시오. (단 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다.)

293. 스위치가 달린 전구 10개에 1에서 10까지 차례로 번호를 붙이고 10명의 학생이 각자의 번호 순서에 따라 다음과 같은 실험을 끝마쳤다. 이 때, 불이 켜져 있는 전구의 개수와 그 번호를 말하고 번호들의 공통점을 알아보자.

1번 학생은 10개의 전구를 모두 켜다.
 2번 학생은 2의 배수의 번호가 붙은 전구를 모두 끈다.
 3번 학생은 3의 배수의 번호가 붙은 전구가 켜져 있으면 끄고 꺼져 있으면 켜다.
 4번 학생은 4의 배수의 번호가 붙은 전구가 켜져 있으면 끄고 꺼져 있으면 켜다.
 ...
 10번 학생은 10의 배수의 번호가 붙은 전구가 켜져 있으면 끄고 꺼져 있으면 켜다.

294. 연도를 나타낼 때, “십간십이지(十干十二支)”를 사용할 수 있다. 십간은 10 년에 한 번씩, 십이지는 12 년에 한 번씩 되 돌아온다.



2006 년은 병술년이고 2007 년은 정해년일 때, <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- <보기>
- ㄱ. 인천에서 유치하려는 아시안 게임의 개최 연도 2014 년은 갑오년이다.
 - ㄴ. 서울 올림픽이 개최되었던 1988 년은 무진년이다.
 - ㄷ. 대한민국이 광복한 1945 년은 을유년이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

내신대비강화

295. 2×3^3 , 45, 81의 최대공약수는?

- ① 6 ② 9 ③ 12
- ④ 15 ⑤ 27

296. 두 자연수 $2^3 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^4 \times 7$ 의 최대공약수와 공약수의 개수를 바르게 짝지은 것은?

최대공약수 공약수의 개수

- ① 18 6개
- ② 24 3개
- ③ 24 8개
- ④ 36 4개
- ⑤ 36 9개

297. 두 수 152와 171의 공약수의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

298. 어떤 자연수로 75를 나누면 3이 남고 56을 나누면 2가 남는 자연수 중 가장 큰 수는?

- ① 6 ② 9 ③ 12
- ④ 15 ⑤ 18

299. 노트 24권, 연필 36자루, 펜 60자루를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 학생이 받을 수 있는 연필의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5
- ④ 10 ⑤ 12

306. 두 자연수 A, B에 대하여 두 수의 곱이 756이고 최대공약수가 6일 때, 두 수의 최소공배수의 값은?

- ① 102 ② 114 ③ 126
- ④ 132 ⑤ 198

307. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 5$, $2^b \times 3^2 \times c$ 가 (가), (나)의 조건을 모두 만족할 때, $a+b+c$ 의 값은?

(가) 최대공약수는 12이다.
 (나) 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이다.

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

308. 30, A, 75의 최대공약수가 15이고, 최소공배수가 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 일 때, A의 값 중 가장 큰 값은?

- ① 45 ② 90 ③ 135
- ④ 225 ⑤ 450

309. 가로, 세로, 높이가 각각 12cm, 16cm, 18cm인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수가 옳게 짝지어진 것은?

- ① 36cm, 240장 ② 72cm, 240장
- ③ 72cm, 432장 ④ 144cm, 432장
- ⑤ 144cm, 864장

310. 현아, 은정, 누리가 일정한 속력으로 운동장 한 바퀴를 도는데 현아는 12분, 은정이는 15분, 누리는 18분이 걸린다. 이 속력으로 세 사람이 같은 곳에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 돌 때, 세 사람이 처음으로 다시 출발점에서 만나려면 누리는 몇 바퀴를 돌아야 하는가?

- ① 6바퀴 ② 10바퀴 ③ 12바퀴
- ④ 15바퀴 ⑤ 18바퀴

311. 어느 버스 종점에서는 매일 오전 6시에 노선이 서로 다른 세 종류의 버스가 동시에 출발한다. 세 종류의 버스의 배차 간격이 각각 8분, 10분, 12분이라고 할 때, 오전 7시부터 오후 1시까지 세 종류의 버스가 동시에 출발하는 횟수는?

- ① 2번 ② 3번 ③ 4번
- ④ 5번 ⑤ 6번

312. A와 B는 일을 하는데 A는 4일을 하고 하루 쉬고, B는 6일 일을 하고 하루 쉬다고 한다. 두 사람이 함께 일을 시작하여 두 번째로 함께 쉬는 날은 며칠 짜인가?

- ① 25일 ② 30일 ③ 35일
- ④ 70일 ⑤ 75일

313. 서로 맞물려서 도는 톱니바퀴 A와 B에 대하여 A의 톱니의 수는 45개, B의 톱니의 수는 54개다. 두 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지의 톱니바퀴 B의 회전 횟수는?

- ① 2바퀴 ② 3바퀴
- ③ 4바퀴
- ④ 5바퀴 ⑤ 6바퀴

314. 어떤 자연수를 4, 6, 8로 나누었더니 나머지가 모두 3이 되었다. 어떤 자연수 중 500에 가장 가까운 수는?

- ① 477 ② 483 ③ 501
- ④ 504 ⑤ 507

315. 민준이는 방학 때 해병대 캠프에 참가하였다. 조편성을 하는 데 5명씩 편성하면 3명이 남고, 6명씩 편성하면 4명이 남고, 7명씩 편성하면 5명이 남았다. 이 해병대 캠프에 참가한 사람은 최소 몇 명인가?

- ① 208명 ② 210명 ③ 218명
- ④ 220명 ⑤ 418명

316. 세 분수 $\frac{20}{3}$, $\frac{30}{7}$, $\frac{25}{2}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에 가장 작은 기약분수를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

317. 세 수 21, 28, 42의 최소공배수를 a , 세 수 24, 60, 84의 최대공약수를 b 라 할 때 $a+b$ 의 값을 구하시오.

318. $A=108$, $B=198$, $C=96$, $D=168$ 일 때, A 와 B 의 최대공약수를 a 라 하고, C 와 D 의 최대공약수를 b 라 할 때, a 와 b 의 최소공배수를 구하는 과정을 서술하시오.

319. 가로, 세로, 높이가 각각 48cm, 60cm, 84cm인 직육면체 모양의 나무토막이 있다. 이 나무토막을 남는 부분 없이 가능한 한 큰 정육면체 모양으로 자르려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 만들어지는 정육면체 모양의 나무토막의 한 모서리의 길이를 구하시오.

(2) 정육면체 모양의 나무토막은 모두 몇 개 만들어지는지 구하시오.

320. 세영이네 반 학생들은 홍수 피해를 입은 지역에 비누 480개, 치약 210개, 칫솔 180개를 보내기로 하였다. 이것들을 될 수 있는 대로 많은 상자에 똑같이 나누어 담으려고 한다. 물음에 답하시오.

(1) 필요한 상자의 수를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

(2) 한 상자에 담을 비누, 치약, 칫솔의 개수를 각각 구하시오.

321. 은정이의 어머니는 매년 어린이날에 사탕과 과자를 담을 꾸러미를 만들어 은정이의 친구들에게 나누어준다. 올해는 사탕 104개, 과자 234개를 각 꾸러미에 나누어 담으려고 한다. 각 꾸러미에 들어가는 사탕, 과자의 개수는 각각 같고, 남는 사탕과 과자가 없도록 담으려고 할 때, 꾸러미를 최대 몇 개까지 만들 수 있는지 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, 두 수를 소인수분해하여 구하시오.)

322. 가로 길이 420m, 세로 길이 300m인 직사각형 모양의 땅의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 가능한 적은 수의 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심으려면 몇 그루의 나무가 필요한지 다음의 차례로 구하시오.

(1) 몇 미터 간격으로 나무를 심으면 되는가?

(2) 길이가 420m인 가로에는 몇 그루의 나무가 필요한가?

(3) 길이가 300m인 세로에는 몇 그루의 나무가 필요한가?

(4) 필요한 나무는 모두 몇 그루인가?

323. 음료수 29개, 과자 55개, 아이스크림 71개의 간식을 될 수 있는 대로 많은 어린이에게 똑같이 나누어 주려고 하였더니 음료수는 5개, 과자는 7개가 남고, 아이스크림은 1개가 부족하였다. 이때 어린이의 수를 구하시오.

324. 두 자연수의 최대공약수가 6, 두 자연수의 곱이 432일 때, 두 수의 최소공배수를 구하시오.

325. 세 자연수 $2^2 \times 5$, N , $2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 10이고, 최소공배수는 900일 때, 이를 만족하는 자연수 N 의 값을 모두 구하시오.

326. 합이 20이고 최대공약수가 2인 두 자연수 A, B가 있다. $A \times B = 84$ 일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, $A > B$)

(1) A의 값을 구하시오.

(2) B의 값을 구하시오.

(3) A와 B의 최소공배수인 자연수를 구하시오.

327. 가로 12 cm, 세로 18 cm, 높이 9 cm인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아 올려, 한 모서리의 길이가 100 cm보다 작은 정육면체를 만들려고 한다. 이 때, 가능한 커다란 정육면체를 만들려면, 한 모서리의 길이는 얼마로 하고 벽돌은 몇 장이 필요한지 구하시오.

328. 학교에서 실시하는 야영 활동에 100명보다 많고 120명보다 적은 학생이 참여하였다. 텐트마다 학생 수가 같도록 배정할 때, 텐트 한 개에 4명씩 6명씩, 9명씩을 배정해 보았더니 항상 3명이 남았다. 이 야영 활동에 참가한 학생의 수를 구하시오.

(1) 4, 6, 9의 최소공배수를 구하시오.

(2) 야영활동에 참가한 학생의 수를 구하시오.

329. 어떤 버스터미널에서 시외버스는 20분 간격으로, 고속 버스는 25분 간격으로 출발하고 있다. 시외버스와 고속 버스가 오전 8시에 동시에 출발하였을 때, 오후 1시 30분 이후 처음으로 동시에 출발하는 시각을 구하고자 한다. 물음에 답하시오.

(1) 20과 25의 최소공배수를 구하시오.

(2) 오후 1시 30분 이후 처음으로 동시에 출발하는 시각을 구하라.

330. A와 B는 같은 직장에서 근무한다. A는 3일간 일하고 하루를 쉬고, B는 7일간 일하고 3일을 쉰다. 이와 같이 1000일 동안 함께 일할 때, 두 사람이 같이 쉬는 날은 며칠인지 구하시오.

331. 서로 맞물려 돌아가는 두 개의 톱니바퀴 A, B가 있다. 큰 톱니바퀴 A의 톱니의 수는 60개, 작은 톱니바퀴 B의 톱니의 수는 x 개이다. 이 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리려면 A 톱니바퀴는 14바퀴, B 톱니바퀴가 y 바퀴 회전해야 한다. 이때 $x+y$ 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

332. 민재와 효영이가 자전거를 타고 호수 둘레에 있는 산책로를 한 바퀴 도는데, 민재는 $\frac{1}{5}$ 시간이 걸리고 효영이는 $\frac{1}{3}$ 시간이 걸린다고 한다. 두 사람이 같은 지점에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 산책로를 따라 돌 때, 두 사람은 각각 몇 바퀴를 돌아야 출발한 곳에서 처음으로 다시 만나겠는지 구하시오. (반드시 소인수분해를 이용하여 풀이하세요.)

333. 어느 바닷가에 있는 두 개의 등대 A, B 중 A는 53초 동안 불이 켜져 있다가 7초 동안 꺼지고 B는 35초 동안 켜져 있다가 13초 동안 꺼지는 것을 반복한다. 두 등대 A, B가 오후 7시에 동시에 켜졌을 때 다음 물음에 답하시오.

(1) 등대 A가 켜진 후 다시 켜질 때까지 걸리는 시간은 몇 초인지 구하시오.

(2) 등대 B가 켜진 후 다시 켜질 때까지 걸리는 시간은 몇 초인지 구하시오.

(3) 두 등대가 동시에 켜진 후 다시 동시에 켜질 때까지 걸리는 시간은 몇 초인지 구하시오.

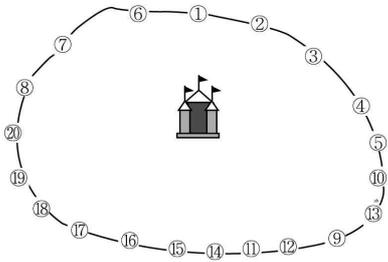
(4) 두 등대 A, B가 오후 7시부터 오후 7시 30분까지 동시에 불이 켜지는 횟수를 구하시오.

334. 100원짜리와 500원짜리 동전 여러 개를 현주와 지우에게 같은 금액으로 나누어 주었다. 현주가 받은 100원짜리 동전과 500원짜리 동전은 개수가 서로 같고, 지우가 받은 100원짜리 동전과 500원짜리 동전은 금액이 서로 같다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 두 사람이 받은 금액의 합은 15000원보다 많고 20000원보다 적다고 할 때, 현주가 받은 금액을 구하시오. (단, 현주와 지우가 받은 금액의 성질, 두 사람이 받은 금액의 합이 제시되어야 한다.)

(2) 지우가 받은 100원짜리 동전의 개수를 a 개, 500원짜리 동전의 개수를 b 개라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 의 값이 각각 제시되어야 한다.)

335. 20개의 성문을 가진 성이 있고, 각각의 성문에는 1부터 20까지의 숫자가 적혀 있고, 그 성문을 지키는 20명의 문지기가 있다. 해가 질 때에는 모든 성문을 닫았다가 새벽이 되면 1번 성문을 지키는 문지기가 나와 모든 문을 열고, 2번 성문, 3번 성문, ... 20번 성문을 지키는 문지기는 모두 자신이 지키고 있는 성문번호의 배수에 해당하는 문이 열려 있으면 닫고, 닫혀 있으면 열고 지나간다고 한다. 이런 방법으로 1번 문지기부터 20번 문지기까지 모두 지나갔을 때, 열려 있는 문의 번호를 모두 고르고, 그 이유를 설명하시오.



336. 두 자연수 a, b 에 대하여 $[a, b]$ 를 두 수 a 와 b 의 공약수의 개수라고 하자. 예를 들어, $[12, 18] = 4$ 이고 $[24, 27] = 2$ 이다. $[[28, 42], [a, 12]] = 1$ 이 성립할 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

337. 서로 다른 세 자연수 60, \square , 270의 최소공배수가 1080일 때, \square 로 가능한 자연수는 a 개 이며 주어진 세 수의 최대공약수로 가능한 자연수는 b 개 이다. $a+b$ 의 값은?

- ① 9
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 16

338. 어떤 자연수를 3, 4, 5로 나누었더니 나머지가 모두 2가 되었다. 어떤 자연수 중 1000에 가장 가까운 수를 7로 나누었을 때 나머지는?

- ① 0
- ② 1
- ③ 3
- ④ 5
- ⑤ 6

- 339.** 세 자리 소수 127을 두 번 연달아 적어서 여섯 자리의 수 127127을 얻었다. 이 여섯 자리 수 127127을 소인수분해했을 때, 소인수의 개수는?
 ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

- 340.** 두 수 A, B의 최소공배수가 L일 때, 두 수의 최대공약수를 식으로 표현한 것으로 옳지 않은 것은?
 ① $\frac{AB}{L}$ ② $A \times B \div L$ ③ $A \div L \times B$
 ④ $A \div (L \times B)$ ⑤ $A \times (B \div L)$

- 341.** $\frac{150-a}{360}$ 를 분자, 분모의 최대공약수로 나누어 약분하였더니 분자가 3의 배수가 되었다. 이것을 만족하는 자연수 a의 값 중 가장 큰 값을 M, 가장 작은 값을 m이라고 할 때, M+m의 값을 구하시오.

- 342.** ○○쇼핑몰 오픈을 기념하기 위해 15000명의 고객을 대상으로 40번째 방문 고객마다 장미꽃을, 90번째 방문 고객마다 머그컵을, 150번째 방문 고객마다 치약을 증정하려고 한다. 장미꽃, 머그컵, 치약을 모두 받게 될 사람 수를 a명, 장미꽃과 치약만을 받게 될 사람 수를 b명이라 할 때, b-a의 값은?
 ① 9 ② 17 ③ 25
 ④ 33 ⑤ 41

- 343.** 두 사람 A, B가 3월 1일부터 함께 일을 시작하였다. A는 15일 일하고 하루를 쉬고, B는 9일 일하고 하루를 쉬기로 하였다. 두 사람이 처음으로 동시에 같이 쉬는 날은? (단, 3월은 31일까지 4월은 30일까지이다.)
 ① 4월 14일 ② 4월 15일 ③ 5월 18일
 ④ 5월 19일 ⑤ 5월 20일

- 344.** 10원짜리, 50원짜리, 100원짜리 동전 여러 개를 민경이와 혜원에게 같은 금액으로 나누어 주었다. 민경이가 받은 10원짜리 동전과 50원짜리 동전과 100원짜리 동전을 개수가 서로 같고, 혜원이 받은 10원짜리 동전과 50원짜리 동전과 100원짜리 동전은 금액이 서로 같다. 두 사람이 받은 금액의 합은 7600원보다 많고 10000원보다 적다고 할 때, 민경이와 혜원이 각각 받은 금액은?
- ① 4800원 ② 4600원 ③ 4400원
 ④ 4200원 ⑤ 4000원

- 345.** 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① 25의 소인수는 1, 5, 5^2 이다.
 ② 8과 14의 공약수는 1 뿐이다.
 ③ $2^4 \times 3^3$ 의 약수는 모두 12개이다.
 ④ 모든 자연수는 약수가 2개 이상이다.
 ⑤ 약수가 11개인 수의 소인수의 개수는 1개다.

- 346.** 세 변의 길이가 각각 28, 42, 49인 삼각형의 세 변에 일정한 간격으로 점을 찍으려한다. 세 꼭짓점에는 반드시 점을 찍는다고 할 때, 최소한 몇 개의 점을 찍을 수 있는지는?
- ① 17 ② 18 ③ 21
 ④ 23 ⑤ 24

- 347.** 30이하의 자연수 중에서 10과 서로소인 수의 개수는?
- ① 9개 ② 12개 ③ 13개
 ④ 15개 ⑤ 16개

- 348.** 세 자연수 a , 81, 108의 최대공약수가 9일 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 90보다 작은 자연수의 개수는?
- ① 5개 ② 6개 ③ 7개
 ④ 8개 ⑤ 9개

- 349.** 100보다 작은 자연수 중에서 64와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?
- ① 48개 ② 49개 ③ 50개
 ④ 51개 ⑤ 52개

350. 어떤 자연수로 50을 나누면 2가 남고, 63을 나누면 3이 남는다. 이를 만족하는 모든 자연수의 합은?

- ① 28 ② 27 ③ 25
- ④ 22 ⑤ 18

351. 한 개에 400원인 초콜릿 24개와 한 개에 300원인 사탕 60개, 한 개에 200원인 젤리 84개를 최대한 많은 묶음으로 똑같이 나누어 포장하려고 한다. 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 최대 12묶음을 만들 수 있다.
- ② 한 묶음의 가격은 3700원이다.
- ③ 한 묶음에 들어가는 사탕의 가격은 1500원이다.
- ④ 한 묶음에 들어가는 초콜릿의 가격은 800원이다.
- ⑤ 한 묶음에 초콜릿과 사탕, 젤리는 모두 10개 들어간다.

352. 다음과 같은 50개의 분수 중에서 기약분수의 개수는?

$$\frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{4}{100}, \dots, \frac{48}{100}, \frac{49}{100}, \frac{50}{100}$$

- ① 10개 ② 15개 ③ 20개
- ④ 25개 ⑤ 30개

353. 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수가 아닌 것은?

ㄱ. 85를 이 자연수로 나누면 1이 남는다.
 ㄴ. 128을 이 자연수로 나누면 2가 남는다.
 ㄷ. 171을 이 자연수로 나누면 3이 남는다.

- ① 6 ② 7 ③ 18
- ④ 21 ⑤ 42

354. a 는 두 자리의 자연수이고, a 와 20의 최대공약수는 10이다. a 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하기 위해 다음 물음에 답하시오.

(1) a 의 조건을 2가지 쓰시오.

(2) 조건에 맞는 두 자리 자연수 a 를 모두 구하시오.

355. 세 수 30, 18, N 의 최대공약수가 6이고, 최소공배수가 180일 때, N 의 값이 될 수 있는 모든 자연수의 합은?

- ① 12 ② 48 ③ 108
- ④ 192 ⑤ 288

356. 어떤 자연수에 14를 곱하여 32와 56의 공배수가 되게 하려고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 10 ② 12 ③ 16
- ④ 20 ⑤ 24

357. 최대공약수는 7이고 최소공배수는 2×7^2 인 두 자연수의 합이 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 49 ② 63 ③ 84
- ④ 98 ⑤ 105

358. 세 자연수 28, 16, A 의 최대공약수가 4이고, 최소공배수가 336일 때, A 의 값 중 가장 작은 수는?

- ① 8 ② 12 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20

359. 세 분수 $\frac{a}{12}$, $\frac{a}{24}$, $\frac{a}{30}$ 을 모두 자연수가 되도록 하는

자연수 a 의 값 중 가장 작은 수를 A , 세 분수 $\frac{12}{b}$, $\frac{24}{b}$,

$\frac{30}{b}$ 를 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 b 의 값 중 가장 큰

수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

- ① 84 ② 94 ③ 104
- ④ 114 ⑤ 124

360. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중에서 가장 큰 세 자리 자연수와 가장 작은 세 자리 자연수의 합은?

- ① 1076 ② 1078 ③ 1080
- ④ 1082 ⑤ 1084

361. 두 수의 최대공약수와 최소공배수가 각각 $2^2 \times 3^3$, $2^5 \times 3^4 \times 7^2$ 일 때, 두 수로 가능한 것은?

- ① $2^2 \times 3^3$, $2 \times 3^4 \times 7^2$ ② $2^5 \times 3^4$, $2^2 \times 3^4 \times 7^2$
- ③ $2^5 \times 3^3$, $2^2 \times 3^4 \times 7^2$ ④ $2^5 \times 3^3 \times 7$, $2^2 \times 3^4 \times 7^2$
- ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^5 \times 3^4 \times 7^2$

362. 세 분수 $\frac{54}{n}$, $\frac{n}{3}$, $\frac{90}{n}$ 을 모두 자연수가 되도록 하는

자연수 n 의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
- ④ 5개 ⑤ 6개

363. 길이가 30cm인 선분에 3cm 간격과 5cm 간격으로 각각 눈금을 그었다. 이 선분은 몇 개의 부분으로 나누어 졌는가?

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

364. 서로 다른 세 자연수 2, 9, n 의 최소공배수가 900일 때, n 이 될 수 있는 모든 수들의 합은?

- ① 850 ② 900 ③ 1050
- ④ 1200 ⑤ 1300

365. 어떤 자연수에 12를 곱하여 72과 108의 공배수가 되도록 할 때, 이 자연수에서 가장 작은 수는?

- ① 12 ② 15 ③ 18
- ④ 20 ⑤ 24

366. 세 자연수 6, 24, A 의 최대공약수는 6이고 최소공배수는 72일 때, A 의 값을 모두 구하시오.

367. $\frac{7}{18} \times a$ 와 $\frac{13}{30} \times a$ 의 계산 결과가 모두 자연수일 때,

다음 물음에 답하시오.

(1) a 가 어떤 조건을 만족하는 수인지 간단히 설명하시오.

(2) a 의 값 중에서 500에 제일 가까운 수를 구하시오.

368. 다음은 서술형풀이를 어려워하는 학생에게 선생님이 설명을 하고 있다. 선생님의 풀이를 보고 ㉠~㉣단계에 맞춰 학생에게 주어진 문제를 자세히 풀이하시오.

| 예제 |

수연이네 중학교 1학년 학생들이 경기를 하기 위해 조를 나누는데 4명씩, 6명씩, 10명씩 조를 나누어도 항상 1명이 남았다. 수연이네 중학교 1학년의 학생 수가 200명보다 크고, 300명보다 작을 때, 이 학교의 1학년 학생은 모두 몇 명인지 구하시오.

| 풀이 |

㉠ 학생수를 4, 6, 10으로 나누면 1이 남으므로 학생수에서 1명을 뺀 수는 4의 배수, 6의 배수, 10의 배수이다.
 ㉡ 즉, {학생수-1}은 4, 6, 10의 공배수이다.
 ㉢ 4, 6, 10를 소인수분해하면,
 $4=2^2$, $6=2 \times 3$, $10=2 \times 5$
 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로
 4, 6, 10의 공배수는 60, 120, 180, 240, 300, ...이다.
 ㉣ 따라서 학생수는 61, 121, 181, 241, 301, ... 중 하나이다.
 ㉤ 이때 200보다 크고, 300보다 작으므로 수연이네 중학교 1학년 학생수는 241명이다.

(학생에게 주어진 문제)

연수네 중학교 1학년 학생들이 경기를 하기 위해 조를 나누는데 6명씩 나누면 4명이 남고, 8명씩 나누면 6명이 남고, 9명씩 나누면 7명이 남았다. 연수네 중학교 1학년의 학생 수가 100명과 200명 사이일 때, 이 학교의 1학년 학생은 모두 몇 명인지 구하시오.

369. 한 개의 원주 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C가 있다. 점 A는 1분에 15바퀴를 돌고, 점 B는 1분에 20바퀴, 점 C는 한 바퀴 도는데 8초가 걸린다고 한다. 어떤 시간에 A, B, C가 동시에 점 P를 통과했을 때, 이 시각 이후 15분 동안에는 점 P를 동시에 몇 번 통과하는지 구하시오.

370. 두 자리 자연수 M, N 의 합이 132이고 최대공약수가 11일 때 M 의 값은? (단, $M < N$)

- ① 11
- ② 33
- ③ 55
- ④ 77
- ⑤ 99

371. 세 개의 서로 다른 자연수 A, B, C 의 합은 98이고, 최대공약수는 7이다. $A < B < C$ 일 때, A, B, C 의 짝은 몇 개인가?

- ① 7쌍
- ② 8쌍
- ③ 9쌍
- ④ 10쌍
- ⑤ 11쌍

372. 1부터 360까지의 자연수를 연속하는 세 수끼리 묶어 다음과 같이 차례로 배열하였다. 이 때, 세 수의 합이 12의 배수가 되는 것이 몇 쌍인지는? (단, (a, b, c) 를 한 쌍으로 함.)

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (298, 299, 300)$

- ① 72쌍 ② 74쌍 ③ 76쌍
- ④ 78쌍 ⑤ 80쌍

373. 서로 맞물려 돌아가는 두 개의 톱니바퀴 A, B가 있다. 큰 톱니바퀴 A의 톱니의 수는 60개, 작은 톱니바퀴 B의 톱니의 수는 x 개이다. 이 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리려면 A 톱니바퀴는 14바퀴, B 톱니바퀴가 y 바퀴 회전해야 한다. 이때 $x+y$ 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

| 조건 |

풀이과정에 소인수분해를 이용해야 함.

374. 남학생 29명과 여학생 25명이 프로젝트를 수행하기 위해 몇 개의 모둠으로 나누려고 한다. 각 모둠에 속하는 남학생과 여학생 수를 각각 같게 하려고 하였으나 마지막 한 모둠은 다른 모둠보다 남학생이 1명 적고 여학생은 1명 많게 배정이 되었다고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 최대 6개 모둠까지 만들 수 있다.
- ② 모둠의 개수를 3개로 하면 각 모둠에 18명씩 모둠된다.
- ③ 모둠의 개수를 최대로 하면 마지막 모둠에 총 9명이 배정된다.
- ④ 모둠의 개수를 최대로 하면, 마지막 모둠에 여학생은 5명이 배정된다.
- ⑤ 모둠의 개수를 최대로 하면, 마지막 모둠을 제외하고 한 모둠에 남학생은 4명씩 배정된다.

375. 어느 백화점의 식품부에서는 A회사의 음료수를 12일마다 납품받고, B회사의 과자를 14일마다 납품받는다고 한다. 이 백화점에서는 각 회사의 제품을 납품받게 되면 재고를 정리하기 위해 그 회사의 제품을 싸게 판다고 한다. 선율이는 4월 9일 목요일에 우연히 이 백화점에서 두 회사의 제품을 모두 싼 값에 샀다. 선율이가 처음으로 다시 목요일에 이 백화점에서 재고 정리를 하는 A회사의 음료수와 B회사의 과자를 모두 싸게 살 수 있는 날짜가 C월 D일 일 때, $C-D$ 의 값은?

- ① -24 ② -23 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

376. 80에 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되게 하려고 한다. $\frac{b}{a}$ 의 값이 자연수가 될 때, 가능한 $\frac{b}{a}$ 의 값을 모두 구하여 더하면?
 ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

377. A간판의 불은 4초 동안 꺼져 있다가 6초 동안 켜지고, B간판의 불은 6초 동안 꺼져 있다가 8초 동안 켜진다고 한다. 두 간판의 불이 동시에 켜진 후 그 다음에 처음으로 동시에 켜지는 것은 몇 초 후인가?
 ① 12초 ② 24초 ③ 36초
 ④ 70초 ⑤ 140초

378. 가로 길이가 16m, 세로 길이가 20m인 직사각형 모양의 땅 두 개가 서로 세로를 맞대고 있다. 이 두 땅의 둘레에 네 모퉁이를 포함하여 일정한 간격으로 최소의 나무를 심으려고 한다. 단, 두 땅이 맞대고 있는 세로에도 같은 일정한 간격으로 한 줄로 나무를 심을 때, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하면?
 ① 26그루 ② 28그루 ③ 30그루
 ④ 32그루 ⑤ 34그루

빠른답지

- 1) 1보다 큰 자연수 중 1과 자기 자신만 약수로 가지는 수
- 2) 약수가 3개 이상인 수
- 3) 13, 19
- 4) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47
- 5) (1) \times (2) \circ (3) \times (4) \circ (5) \circ (6) \times (7) \times
- 6) ②, ⑤
- 7) ⑤
- 8) ②
- 9) 108
- 10) ④
- 11) (1) 3, 5 (2) 7, 4 (3) 3 (4) 3, 2
- 12) (1) 2^3 (2) 3^5 (3) $2^2 \times 3^3$ (4) $3^4 \times 5^3$
- (5) $3^2 \times 5^3 \times 7^2$ (6) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ (7) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{7}\right)^5$
- 13) ②
- 14) ④
- 15) 3^3 , $2^2 \times 3$, 9, 2^3
- 16) 8
- 17) 251
- 18) 7
- 19) 소인수분해: 어떤 자연수를 소인수(소수인 인수(약수))의 곱으로 나타내는 것
- 20) 2, 2, 3, 3, 2, 2
- 21) **2, 2, 2, 2, 5, 4, 5**
- 22) **2, 3, 3, 3, 2, 3**
- 23) **2, 2, 2, 2, 3, 2, 3**
- 24) (1) 2×3^2 (2) $2^3 \times 3$
- (3) $2^2 \times 3 \times 5$ (4) $2^3 \times 3^2$ (5) $2^2 \times 3 \times 7$
- (6) $2^2 \times 5^2$ (7) $2 \times 3 \times 5^2$ (8) $2^6 \times 3$
- 25) ①
- 26) (1) 2, 3 (2) 2, 3, 5
- (3) 2, 3, 5 (4) 3, 5 (5) 2, 3 (6) 2, 3, 5
- (7) 2, 3, 5 (8) 5, 7
- 27) ②
- 28) 11
- 29) 4
- 30) 10
- 31) 어떤 자연수를 제곱하여 만든 수
- 32) (1) 121 (2) 144 (3) 169 (4) 196 (5) 225 (6) 256 (7) 289 (8) 1024
- 33) (1) 3 (2) 2 (3) 7 (4) 3 (5) 2 (6) 2 (7) 35 (8) 5 (9) 10 (10) 10
- 34) (1) $216 = 2^3 \times 3^3$
- (2) $2^3 \times 3^3 \times 2 \times 3 = 1296$
- 35) 21
- 36) 42
- 37) 18

- 38) 1
- 39) (1) 표 참조 (2) 2. 2. 8

\times	1	2	2^2	2^3
1	1×1	1×2	1×2^2	1×2^3
3	3×1	3×2	3×2^2	3×2^3

- 40) 표 참조
- (1)

\times	1	2	2^2
1	1×1	1×2	1×2^2
3	3×1	3×2	3×2^2
3^2	$3^2 \times 1$	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$

- (2)

\times	1	2	2^2	2^3
1	1×1	1×2	1×2^2	1×2^3
5	5×1	5×2	5×2^2	5×2^3
5^2	$5^2 \times 1$	$5^2 \times 2$	$5^2 \times 2^2$	$5^2 \times 2^3$

- 41) ⑤
- 42) ④
- 43) (1) 1, 합성수 (2) 2, 3
- 44) (1) 3개 (2) 6개 (3) 9개 (4) 12개 (5) 9개 (6) 24개 (7) 12개 (8) 18개 (9) 24개 (10) 36개
- 45) ⑤
- 46) 2
- 47) 134
- 48) 1
- 49) ③
- 50) ②
- 51) 27, 49, 133, 186
- 52) ①, ③
- 53) ㄱ, ㄴ
- 54) ⑤
- 55) ④
- 56) ①, ③
- 57) ④
- 58) ④
- 59) 3
- 60) ③
- 61) ③
- 62) ⑤
- 63) 10
- 64) 7
- 65) 24
- 66) ③
- 67) 5
- 68) ③

- 69) ③
- 70) ⑤
- 71) ⑤
- 72) ②
- 73) ②
- 74) ④
- 75) ④
- 76) ②
- 77) 12
- 78) ③
- 79) ⑤
- 80) ⑤
- 81) ⑤
- 82) 66
- 83) ②
- 84) ④
- 85) ⑤
- 86) ②
- 87) 3
- 88) ①
- 89) ④
- 90) ②
- 91) ③
- 92) ①
- 93) 16개
- 94) ①, ②
- 95) 25
- 96) 1
- 97) ②, ⑤
- 98) ⑤
- 99) ③, ⑤
- 100) ②
- 101) ③
- 102) 6
- 103) 27
- 104) 45
- 105) 4
- 106) 6
- 107) 15
- 108) 4
- 109) 15
- 110) ⑤
- 111) ③
- 112) ③
- 113) ⑤
- 114) ③
- 115) ②
- 116) ②

- 117) ③
- 118) ②
- 119) ①
- 120) ③
- 121) ②
- 122) ②
- 123) ②
- 124) ①, ⑤
- 125) ⑤
- 126) ②
- 127) ⑤
- 128) ②
- 129) 4^5 5^4
- 130) 3, 5, 7
- 131) 1, 2, 7, 14, 49, 98
- 132) ㄱ. 2는 소수이지만 짝수다.
 ㄴ. 서로소인 두 자연수의 공약수는 1이다.
 ㄷ. 4와 9는 서로소이지만 두 수는 모두 합성수다.
- 133) (1) $2^2 \times 5^2$
 (2) (가) 2×5 (나) $2^2 \times 5$ (다) $2^2 \times 5^2$
 (3) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100
- 134) 7311
- 135) 약수가 2 개인 수는 소수이므로
 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29가 있다.
 약수가 3개인 수는 소수의 제곱인 수로
 $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, $5^2 = 25$ 가 있다.
- 136) (1) 12 개
 (2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60
 (3) 168
- 137) 5, 37
- 138) (1) $3^3 \times 7$
 (2) 1, 3, 7, 9, 21, 27, 63, 189
 (3) \ominus 135, 375 \ominus 510
- 139) (1) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ (2) 2개 (3) 270 개
- 140) 6
- 141) $a = 400$, $b = 30$, $c = 60$
- 142) 43
- 143) (1) 6 (2) $1+2+3=6$
 (2) 6의 약수는 1, 2, 3, 6이고 이때 자기 자신을 제외한 약수의 합은 $1+2+3=6$ 으로 자기 자신이 된다.
- 144) (1) 똑같이 나눌 수 없다.
 (2) 사람의 수는 카드의 수 30의 약수이어야 한다.
 (3) 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 명
- 145) 1, 2, 4, 7, 8
- 146) 6
- 147) 1, 2, 3, 6
- 148) (1) 3의 배수: 33개, 5의 개수: 20개
 (2) 53 개

- 149) ④
 150) 6가지
 151) (1) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ (2) 2개 (3) 270 개
 152) ③
 153) ④
 154) ③
 155) ③
 156) ④
 157) ②
 158) ③
 159) ⑤
 160) ①
 161) ④
 162) ⑤
 163) ⑤
 164) (1) 9 (2) $x = 20, y = 60$
 165) -5
 166) ④
 167) ①
 168) ①
 169) ②
 170) ①
 171) ⑤
 172) ②, ⑤
 173) ④
 174) ③
 175) 5, 37
 176) (1) 6 (2) 3 (3) 3, 6 (4) 6
 177) ⑤
 178) ③
 179) (1) ① 1, 2, 3, 4, 6, 12
 180) (1) 1, 2, 3, 6 (2) 1, 2, 3, 4, 6, 12
 (3) 1, 3, 7, 21 (4) 1, 2, 4, 7, 14, 28
 181) ⑤
 182) ②
 183) ③
 184) 11, 13, 17, 19
 185) 8개
 186) 4
 187) (1) 2, 3, 4, 3 (2) 2, 3, 2, 3, 3
 188) (1) 6 (2) 6
 189) (1) $2 \times 3 = 6$ (2) $2^2 \times 3 = 12$ (3) $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ (4)
 $2^2 \times 3^2 = 36$
 190) (1) 8 (2) 15 (3) 15
 191) ①
 192) 12
 193) 4
 194) 33개

- 195) (1) ① 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...
 ② 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...
 ③ 12, 24, 36, ...
 ④ 12
 (2) ① 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...
 ② 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...
 ③ 24, 48, ...
 ④ 24
 (3) ① 10, 20, 30, 40, 50, 60, ...
 ② 15, 30, 45, 60, 75, ...
 ③ 30, 60, ...
 ④ 30
 196) (1) 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28
 (2) 6, 12, 18, 24, 30
 (3) 7, 14, 21, 28
 (4) 8, 16, 24
 197) 4
 198) 34 개
 199) 2
 200) 30
 201) 12
 202) (1) $2^3, 5, 5$ (2) 2, 2, 5, 2, 2, 5
 203) 풀이참조
 (1)
$$\begin{array}{r} 2 \) \ 18 \ 24 \ 36 \\ 3 \) \ 9 \ 12 \ 18 \\ 3 \) \ 3 \ 4 \ 6 \\ 2 \) \ 1 \ 4 \ 2 \\ 1 \ 2 \ 1 \end{array} \quad 2^3 \times 3^2 = 72$$

 (2) $18 = 2 \times 3^2, 24 = 2^3 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 최소공배수는
 2 를 밑수로 하는 경우는 2^3 이, 3 을 밑수로 하는 수
 중에서는 3^2 이 지수가 가장 크므로 최소공배수는
 $2^3 \times 3^2 = 72$
 204) (1) 60 (2) 240 (3) 60 (4) 840
 205) (1) $2 \times 3 \times 5 \times 7$ (2) $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ (3) $2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$
 (4) $2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 206) ⑤
 207) ④
 208) 180
 209) $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$
 210) 720
 211) 5
 212) 210
 213) 3
 214) 30
 215) 48
 216) (1) 5 (2) 빵 4개, 굴 3개
 217) 오전 10시 20분
 218) (1) 16명 (2) 25명 (3) 30cm

- (4) 한변의 길이 : 40cm , 필요한 타일수 : 15장
 (5) 18m (6) 18그루 (7) 9
 (8) 12 (9) 24 (10) 62
 (11) 24cm (12) 오전8시 18분 (13) 5번
 219) 12
 220) 5
 221) 35
 222) 8
 223) ⑤
 224) 6 개
 225) ①
 226) ②
 227) ④
 228) ③
 229) 9 명
 230) ②
 231) 27 개
 232) (1) 8cm (2) 28개
 233) 24개
 234) ②
 235) 36cm
 236) 340 개
 237) ②
 238) ②
 239) ③
 240) ③
 241) (ㄴ), (ㄹ), (ㄷ)
 242) 6개
 243) ③
 244) ③, ④
 245) 가, 나, 르
 246) ①
 247) ②
 248) ④
 249) ③
 250) ③
 251) ④
 252) ④
 253) ①
 254) 1
 255) 350
 256) 4 개
 257) $\frac{196}{3}$
 258) 61
 259) $\frac{108}{7}$
 260) 3600cm^2
 261) ④

- 262) 72
 263) 작은 톱니바퀴 : 8바퀴, 큰 톱니바퀴 : 5바퀴
 264) 78번
 265) 오전 7시 40분
 266) 128
 267) 208
 268) 959
 269) 60
 270) 42
 271) ①
 272) 75
 273) 80
 274) 150
 275) ⑤
 276) $A = 84, B = 60$
 277) ②
 278) ④
 279) ②
 280) 9
 281) 404
 282) 180
 283) 24분 후
 284) $A = 180, B = 120, C = 96$
 285) 66
 286) 62 일
 287) 6
 288) 8
 289) 9216
 290) 92610
 291) 30 초
 292) 22그루
 293) 풀이 참조
 294) ⑤
 295) ②
 296) ⑤
 297) ①
 298) ⑤
 299) ②
 300) ④
 301) ④
 302) ③
 303) ①
 304) ③
 305) ②
 306) ③
 307) ①
 308) ⑤
 309) ⑤

- 310) ②
- 311) ②
- 312) ④
- 313) ④
- 314) ⑤
- 315) ①
- 316) $\frac{42}{5}$
- 317) 96
- 318) 72
- 319) (1) 12cm (2) 140개
- 320) (1) 30개 (2) 비누: 16개, 치약: 7개, 칫솔: 6개
- 321) 26 개
- 322) (1) 60m (2) 8그루 (3) 6그루 (4) 24그루
- 323) 24명
- 324) 72
- 325) 50, 100, 150, 300, 450, 900
- 326) (1) 14 (2) 6 (3) 42
- 327) 한 모서리의 길이 : 108 cm
필요한 벽돌의 개수 : 648장
- 328) (1) 36 (2) 111 명
- 329) (1) 100 (2) 2시 40분
- 330) 100일
- 331) 71
- 332) 민재 5바퀴, 효영이 3 바퀴
- 333) (1) 60초 (2) 48초
(3) 240초 (4) 8번
- 334) (1) 9,000 원 (2) 54
- 335) 4 개
- 336) ③
- 337) ③
- 338) ①
- 339) ④
- 340) ④
- 341) 138
- 342) ①
- 343) ④
- 344) ①
- 345) ⑤
- 346) ①
- 347) ②
- 348) ②
- 349) ③
- 350) ④
- 351) ⑤
- 352) ③
- 353) ③
- 354) (1) ① 10의 배수

- ② $2^2 = 4$ 의 배수가 아닌 수
(2) 10, 30, 50, 70, 90
- 355) ⑤
- 356) ③
- 357) ②, ⑤
- 358) ②
- 359) ④
- 360) ①
- 361) ③
- 362) ③
- 363) ③
- 364) ⑤
- 365) ③
- 366) 18, 36, 72
- 367) (1) 18, 30의 공배수 (2) 540
- 368) ㉠ 학생수를 6, 8, 9로 나누면 2가 부족하므로 학생수에서 2명을 더한 수는 6의 배수, 8의 배수, 9의 배수이다.
㉡ 즉, {학생수+2}은 6, 8, 9의 공배수이다.
㉢ 6, 8, 9를 소인수분해하면,
 $6 = 2 \times 3, 8 = 2^3, 9 = 3^2$
최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이므로
6, 8, 9의 공배수는 72, 144, 216, 288, ...이다.
㉣ 따라서 학생수는 70, 142, 214, 286, ... 중 하나이다
㉤ 이때 학생수가 100보다 크고 200보다 작으므로 연수네 중학교 1학년 학생수는 142명이다.
- 369) 37번
- 370) ③
- 371) ③
- 372) ②
- 373) 71
- 374) ⑤
- 375) ④
- 376) ④
- 377) ④
- 378) ③

및 해설

- 1) 1보다 큰 자연수 중 1과 자기 자신만 약수로 가지는 수
 2) 약수가 3개 이상인 수
 3) 13, 19
 1은 소수가 아니다.
 $27=3 \times 9$, $39=3 \times 13$, $51=3 \times 17$ 이므로
 27, 39, 51도 소수가 아니다.
 따라서 소수는 13, 19이다.
- 4) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47
- 5) (1) \times (2) \circ (3) \times (4) \circ (5) \circ (6) \times (7) \times
 (1) 1은 소수가 아니다.
 (3) 2는 소수이지만 짝수이다.
 (6) 1의 약수는 1개다.
 (7) $a \times b$ 의 약수는 1, a , b , $a \times b$ 이므로 소수가 아니다.
- 6) ②, ⑤
 ① 1은 모든 자연수의 약수이다.
 ③ 짝수인 소수는 2 한 개뿐이다.
 ④ 1의 약수는 한 개뿐이다.
- 7) ⑤
 ① 2는 소수이고, 짝수이다.
 ② 가장 작은 소수는 2이다.
 ③ 소수는 약수가 2개뿐이다.
 ④ 1은 모든 자연수의 약수이다.
- 8) ②
 ① 약수가 1개인 자연수는 1이다.
 ③ 가장 작은 소수는 2이다.
 ④ 2를 제외한 소수는 모두 홀수이다.
 ⑤ 1을 제외한 모든 자연수는 2개 이상의 약수를 가진다.
- 9) 108
 두 자리의 자연수 중에서 가장 큰 소수는 97 이고, 가장 작은 소수는 11 이므로 $97+11=108$
- 10) ④
 소수는 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수이다.
 ㄱ. 소수는 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수이므로 약수의 개수는 모두 2개이다. (참)
 ㄴ. [반례] 9의 약수는 1, 3, 9이므로 약수의 개수는 3개이다. (거짓)
 ㄷ. 소수 중 유일한 짝수는 2뿐이므로 2를 제외한 모든 소수는 홀수이다. (참)
 ㄹ. $4=2+2$, $5=2+3$, $6=3+3$, $7=2+5$, $8=3+5$,
 $9=2+7$,
 $10=7+3$ (참)
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

- 11) (1) 3, 5 (2) 7, 4 (3) 3 (4) 3, 2
- 12) (1) 2^3 (2) 3^5 (3) $2^2 \times 3^3$ (4) $3^4 \times 5^3$
 (5) $3^2 \times 5^3 \times 7^2$ (6) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ (7) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{7}\right)^5$
- 13) ②
 ① $x+x+x+x+x=5 \times x$
 ③ $5 \times 5 \times 5 \times 5=5^4$
 ④ $7 \times 7 \times 7=7^3$
 ⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$
- 14) ④
 ① $3 \times 3 \times 3 \times 3=3^4$
 ② 3^6 은 밑이 3이고, 지수가 6이다.
 ③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3=2^2 \times 3^3$
 ⑤ $2^4=2 \times 2 \times 2 \times 2 \neq 2 \times 4$
- 15) 3^3 , $2^2 \times 3$, 9, 2^3
 $2^3=2 \times 2 \times 2=8$
 $2^2 \times 3=12$
 $3^3=3 \times 3 \times 3=27$
 따라서 큰 수부터 차례로 쓰면
 3^3 , $2^2 \times 3$, 9, 2^3
- 16) 8
 $y \times x \times z \times y \times x \times x \times y \times z = x^3 \times y^3 \times z^2$ 이므로
 $a=3$, $b=3$, $c=2$
 $a+b+c=3+3+2=8$
- 17) 251
 $256=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2=2^8$ 이므로
 $2^x=2^8 \therefore x=8$
 $3^5=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=243$ 이므로 $y=243$
 $\therefore x+y=8+243=251$
- 18) 7
 $\frac{2}{2^a} = \frac{1 \times 2}{64 \times 2} = \frac{2}{2^7}$
 $\therefore a=7$
- 19) 소인수분해: 어떤 자연수를 소인수(소수인 인수(약수))의 곱으로 나타내는 것
- 20) 2, 2, 3, 3, 2, 2
 ②) 36
 ②) 18
 ③) 9
 ③
 $\therefore 36=2 \times 2 \times 3 \times 3$
- 21) 2, 2, 2, 2, 5, 4, 5
 ②) 80

2) 40

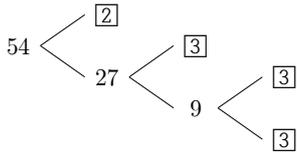
2) 20

2) 10

5

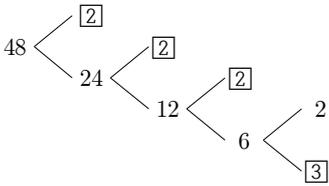
$$80 = 2 \times 4 \times 5$$

22) 2, 3, 3, 3, 2, 3



$$\therefore 54 = 2 \times 3^3$$

23) 2, 2, 2, 2, 3, 2, 3



$$\therefore 48 = 2^4 \times 3$$

- 24) (1) 2×3^2 (2) $2^3 \times 3$
 (3) $2^2 \times 3 \times 5$ (4) $2^3 \times 3^2$ (5) $2^2 \times 3 \times 7$
 (6) $2^2 \times 5^2$ (7) $2 \times 3 \times 5^2$ (8) $2^6 \times 3$

25) ①

$$180 = 18 \times 10 = 2 \times 3^2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \text{ 이다.}$$

- 26) (1) 2, 3 (2) 2, 3, 5
 (3) 2, 3, 5 (4) 3, 5 (5) 2, 3 (6) 2, 3, 5
 (7) 2, 3, 5 (8) 5, 7

- (1) $24 = 2^3 \times 3$ (2) $30 = 2 \times 3 \times 5$
 (3) $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ (4) $75 = 3 \times 5^2$
 (5) $108 = 2^2 \times 3^3$ (6) $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
 (7) $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ (8) $245 = 5 \times 7^2$

27) ②

- ① $45 = 3^2 \times 5$
 ③ $80 = 2^4 \times 5$
 ④ $128 = 2^7$
 ⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

따라서 소인수분해한 것이 옳은 것은 ②이다.

28) 11

$$\text{해설 } 252 = 2^2 \times 3^2 \times 7 \text{ 이므로 } a = 2, b = 2, c = 7 \therefore a + b + c = 11$$

29) 4

1, 2, 3, ..., 10 중에서 3의 배수는
 $3, 6 = 2 \times 3, 9 = 3 \times 3,$

따라서 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 을 소인수분해하면 3은 모두 4번 곱해지므로 3의 지수는 4이다.

30) 10

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5 \text{ 이므로 } 90 \text{의 소인수는 } 2, 3, 5$$

따라서 모든 소인수들의 합은 $2 + 3 + 5 = 10$

31) 어떤 자연수를 제공하여 만든 수

- 32) (1) 121 (2) 144 (3) 169 (4) 196 (5) 225 (6) 256 (7) 289 (8) 1024

- 33) (1) 3 (2) 2 (3) 7 (4) 3 (5) 2 (6) 2 (7) 35 (8) 5 (9) 10 (10) 10

(1) $12 = 2^2 \times 3$

(2) $18 = 2 \times 3^2$

(3) $28 = 2^2 \times 7$

(4) $27 = 3^3$

(5) $50 = 2 \times 5^2$

(6) $72 = 2^3 \times 3^2$

(7) $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ 이므로 곱해야 할 자연수는 $5 \times 7 = 35$ 이다.

(8) $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

(9) $250 = 2 \times 5^3$ 이므로 곱해야 할 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

(10) $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 곱해야 할 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

34) (1) $216 = 2^3 \times 3^3$

(2) $2^3 \times 3^3 \times 2 \times 3 = 1296$

35) 21

$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ 이고 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 x 라 하면 $2^2 \times 3^3 \times 7 \div x = (\text{연수})^2$ 이므로 $x = 3 \times 7 = 21$

36) 42

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하려면 각 소인수의 지수가 짝수가 되도록 해야 하므로 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 \times 7 = 42$

37) 18

$$96 = 2^5 \times 3$$

$2^5 \times 3 \times a$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하면

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^5 \times 3 \times 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 2 \times 2 \times 3)^2 = 24^2$$

$$\therefore b = 24$$

$$b - a = 18$$

38) 1

$3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, \dots$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면 차례로

$3, 9, 7, 1, 3, 9, \dots$ 이므로 $3, 9, 7, 1$ 의 4개의 숫자가

차례로 반복된다.

따라서 $100 = 4 \times 250$ 이므로 3^{1000} 의 일의 자리의 숫자는 3^4 의 일의 자리의 숫자와 같은 1 이다.

39) (1) 표 참조 (2) 2, 2, 8

×	1	2	2^2	2^3
1	1×1	1×2	1×2^2	1×2^3
3	3×1	3×2	3×2^2	3×2^3

40) 표 참조

(1)

×	1	2	2^2
1	1×1	1×2	1×2^2
3	3×1	3×2	3×2^2
3^2	$3^2 \times 1$	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$

(2)

×	1	2	2^2	2^3
1	1×1	1×2	1×2^2	1×2^3
5	5×1	5×2	5×2^2	5×2^3
5^2	$5^2 \times 1$	$5^2 \times 2$	$5^2 \times 2^2$	$5^2 \times 2^3$

41) ⑤

⑤ 3×7^3 에서 7의 지수가 2보다 크므로 약수가 될 수 없다.

42) ④

소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

④ $2 \times 3 \times 5^2$ 은 180의 약수가 아니다.

43) (1) 1, 합성수 (2) 2, 3

44) (1) 3개 (2) 6개 (3) 9개 (4) 12개 (5) 9개 (6) 24개

(7) 12개 (8) 18개 (9) 24개 (10) 36개

(1) $2+1=3$ (개)

(2) $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)

(3) $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

(4) $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)

(5) $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

(6) $(3+1) \times (5+1) = 24$ (개)

(7) $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)

(8) $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

(9) $(2+1) \times (3+1) \times (1+1) = 24$ (개)

(10) $(2+1) \times (3+1) \times (2+1) = 36$ (개)

45) ⑤

① $30 = 2 \times 3 \times 5 \Rightarrow (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$ (개)

② $72 = 2^3 \times 3^2 \Rightarrow (3+1) \times (2+1) = 12$ (개)

③ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \Rightarrow (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

④ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)

⑤ $(5+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$ (개)

46) 2

$2 \times 7^2 \times 13^{\square}$ 의 약수의 개수가 18개이므로

$$(1+1) \times (2+1) \times (\square+1) = 18 \quad \square + 1 = 3 \quad \square = 2$$

47) 134

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로

약수의 개수는 $a = (4+1) \times (1+1) = 10$

약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 이므로 총합은 $b = 124$

$$\therefore b - a = 114$$

[참고] 자연수 $A = a^m \times b^n$ 의 약수의 총합은

$$(1+a+a^2+\dots+a^m) \times (1+b+b^2+\dots+b^n)$$

이므로 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로

$$(1+2+2^2+2^3+2^4) \times (1+3) = 124$$

48) 1

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720의 약수의 개수는

$(4+1) \times (2+1) \times (1+1) = 30$ (개)이다. $16 \times 9 \times 5^a = 2^4 \times 3^2 \times 5^a$ 의

약수의 개수는 $5 \times 3 \times (a+1) = 30$ 에서 $a+1 = 2$

$$\therefore a = 1$$

49) ③

먼저 $5 \leq x < 20$ 에서 소수부터 찾으면

5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 나머지는 합성수다.

$5 \leq x < 20$ 에서 자연수 x 는 15개이므로 여기서 소수를 제외하면 $15 - 6 = 9$ ()다.

50) ②

$51 = 3 \times 17$, $87 = 3 \times 29$, $11 = 3 \times 37$ 로 합성수다.

따라서 소수인 것은 47, 61, 73 으로 3개다.

51) 27, 49, 133, 186

52) ①, ③

① 1은 소수도 합성수도 아니다. (거짓)

② 2를 제외한 소수는 모두 홀수이고, 그 중 가장 작은 소수는 3이다. (참)

③ 두 자연수 1과 3의 곱은 3으로 소수다. (거짓)

④ 8의 수는 8, 16, 24, 30, ... 이므로 꼴이다. 8이 합성수이므로 8의 배수는 모두 합성수다. (참)

⑤ 20 이하의 자연수 중 소수는

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

가장 작은 소구는 2이고, 가장 큰 소구는 19이므로 이들의 합은 $2+19=21$ 이다. (참)

53) ㄱ, ㄴ

ㄱ. 1은 소수도 합성수도 아니지? (참)

ㄴ. $119 = 7 \times 17$ 이므로 119는 합성수다. (거짓)

ㄷ. 소수 중 2가 유일하게 짝수다. (거짓)

ㄹ. 5 이하의 자연수 중 소수는 2, 3, 5로 3개다. (참)

□. 1은 약수가 그 자신으로 1개다.(거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

54) ⑤

- ① 소수 중 2는 짝수이다.
- ② 가장 작은 소수는 2이다.
- ③ 2, 3, 5, 7로 4개다.
- ④ 모든 소수는 약수가 2개다.

55) ④

거듭제곱이란 똑같은 수나 문자가 곱해진 개수를 지수로 나타내어 식을 간단하게 하는 방법이다.

- ① $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$ (거짓)
- ② $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 \leftarrow 3$ 을 5번 곱한 것이다.(5를 3번 곱한 것이 아니다.)
- ③ $4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 4^2 \times 3^4 \leftarrow 4$ 의 지수는 2다.
- ④ $6 \times 6 \times 7 \times 7 \times 7 = 6^2 \times 7^3 \leftarrow$ (참)
- ⑤ $2 \times 2 \times 2 + 4 \times 4 \times 4 = 2^3 + 4^3 \leftarrow$ 덧셈이 곱셈이 될 수 없다.

56) ①, ③

- ① $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
- ③ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^5}$

57) ④

- ① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$
- ② $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$
- ③ $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 3^3 \times 2^2$
- ⑤ $5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 4$

58) ④

$2^4 = 16, 3^4 = 81$ 이므로
 $a = 4, b = 81$
 $a + b = 85$

59) 3

$2^7 = 128, 5^4 = 625$ 이므로 $a = 7, b = 4$
 $\therefore a - b = 3$

60) ③

$3^{x+1} = 81 = 3^4$
지수끼리 같아야 하므로
 $x + 1 = 4$
 $\therefore x = 3$

61) ③

540을 소인수분해하면
 $540 = 10 \times 54 = 10 \times 6 \times 9$
 $= 2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

62) ⑤

- ① $36 = 6 \times 6 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^2$ (참)
- ② $45 = 5 \times 9 = 5 \times 3 \times 3 = 3^2 \times 5$ (참)

③ $56 = 8 \times 7 = 2^3 \times 7$ (참)

④ $72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ (참)

⑤ $81 = 9 \times 9 = 3^2 \times 3^2 = 3^4$ (거짓)

63) 10

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로
 $a = 3, b = 2, c = 5$
 $\therefore a + b + c = 3 + 2 + 5 = 10$

64) 7

$450 = 2 \times 3^2 \times 5^2 = a \times b^2 \times 5^c$ 에서 $a = 2, b = 3, c = 2$
 $\therefore a + b + c = 2 + 3 + 2 = 7$

65) 24

$2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 20$
 $= 2^{10} \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10)$
 $= 2^{10} \times (1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5)$
 $= 2^{10} \times 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$
 $2^{18} \times 3^4 \times 5^2 \times 7$

따라서 $a = 18, b = 4, c = 2$ 이므로 $a + b + c = 24$

66) ③

$108 = 3 \times 36 = 3 \times 6 \times 6 = 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^3$
이것이 $a^x \times b^y$ 이라 하므로
 $a = 2, b = 3, x = 2, y = 3$
 $\therefore a \times b \times x \times y = 36$

67) 5

$224 = 5^5 \times 7$ 이므로, $a = 5, b = 7$
 $\therefore a \times b = 35$

68) ③

$54 = 3^3 \times 2$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ 을 곱해야 제곱인 수가 된다.
 $\therefore a = 6$

69) ③

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $2 \times 5 = 10$

70) ⑤

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$
따라서 두 번째로 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$

71) ⑤

$92 = 4 \times 23 = 2^2 \times 23$ 이므로 나누어서 제곱인 수가 되기 위해서는 지수가 짝수이면 된다.
따라서 나누는 가장 작은 자연수는 23이다.

72) ②

$504 = 8 \times 63 = 2^3 \times 9 \times 7 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 나누어서 제곱인 수가 되기 위해서는 지수가 모두 짝수이면 된다.
따라서 나누는 가장 작은 자연수는 $2 \times 7 = 14$ 다.

73) ②

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 제곱수를 만들기 위해서 곱해야 할 가장 작은 수는 3이다.

두 번째로 작은 자연수는 2^2 꼴을 곱해야 하므로 $3 \times 2^2 = 12$ 다.

74) ④

$27 = 4 \times 7 = 2^2 \times 7$ 이므로 약수는 1, 2, 4, 7, 14, 28 이지? 16은 28의 약수가 아니다.

75) ④

④ $24 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$ (개)

76) ②

② 3×5^2 에서 5의 지수가 1보다 크므로 3×5^2 은 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 약수가 될 수 없다.

77) 12

72를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 0이라는 것이므로 a 는 72의 약수이다.

$72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수는 다음 표와 같다.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	2	2^2	2^3
3	3	2×3	$2^2 \times 3$	$2^3 \times 3$
3^2	3^2	2×3^2	$2^2 \times 3^2$	$2^3 \times 3^2$

따라서 자연수 a 의 개수는 12개이다.

78) ③

$108 = 2^2 \times 3^3$ 의 약수는 2^2 의 약수 1, 2, 2^2 과 3^3 의 약수 1, 3, 3^2 , 3^3 의 곱으로 이루어진다.

③ $2^3 \times 3$ 에서 2의 지수가 2보다 크므로 $2^3 \times 3$ 은 108의 약수가 될 수 없다.

[참고] $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 약수를 표를 이용하여 구하면 다음과 같다.

×	1	3	3^2	3^3
1	1	3	3^2	3^3
2	2	2×3	2×3^2	2×3^3
2^2	2^2	$2^2 \times 3$	$2^2 \times 3^2$	$2^2 \times 3^3$

79) ⑤

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 약수가 아닌 것은 ⑤이다.

80) ⑤

- ① 모든 자연수는 항상 1을 약수로 가지고 있지? (참)
- ② 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12로 6개다. (참)
- ③ $42 = 2 \times 21$, $42 = 7 \times 6$ 이므로 2와 7은 모두 42의 약수다. (참)
- ④ 1은 약수의 개수가 1개로 가장 적은 약수를 갖고 있지? (참)
- ⑤ 예를 들어, $9 = 3^2$ 의 약수는 1, 3, 9로 3개지? 따라서 제공된 수는 약수의 개수가 2개가 아니다. (거짓)

81) ⑤

$$(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12(\text{개})$$

82) 66

$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12$ 를 소인수분해하면

$$2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 = 2^{10} \times 3^2 \times 5 \text{ 이므로 약수의 개수는 } (10+1) \times (2+1) \times (1+1) = 66$$

83) ②

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 약수의 개수는 $(4+1) \times (1+1) = 10$ (개)다.

84) ④

ㄱ. 【반례】 두 수 24, 32를 소인수분해하면 각각

$2^3 \times 3$, 2^5 이므로 약수의 개수는 각각

$$(3+1) \times (1+1) = 8, \quad 5+1 = 6 \text{ 이 된다. (거짓)}$$

ㄴ. $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수는

$$(1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})\text{다. (참)}$$

ㄷ. a 가 소수일 때, a^m 의 약수는

$1, a, a^2, a^3, \dots, a^m$ 이므로 약수의 개수는 $m+1$ (개)이다. (거짓)

ㄹ. a 가 소수일 때, a^2 의 약수는 $1, a, a^2$ 으로 3개다. (참) 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

85) ⑤

① 2의 약수의 개수는 2개이므로 $f(2) = 2$

② $f(3) = 2, f(4) = 3$ 이므로 $f(3) + f(4) = 2 + 3 = 5$

③ 약수의 개수가 2개인 수는 소수이다.

④ 2×5^3 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (3+1) = 8$ (개)

⑤ $16 = 2^4$ 의 약수의 개수는 5개이므로 $f(16) \times f(x) = 10$ 에서 $f(x) = 2$ 따라서 약수의 개수가 2개인 한 자리의 자연수 x 는 2, 3, 5, 7의 4개이다.

86) ②

$$\textcircled{1} \quad 56 = 2^3 \times 7 \quad 8 \text{ 개}$$

$$\textcircled{2} \quad 96 = 2^5 \times 3 \quad \therefore 12 \text{ 개}$$

$$\textcircled{3} \quad 128 = 2^7 \quad \therefore 8 \text{ 개}$$

$$\textcircled{4} \quad 135 = 3^3 \times 5 \quad 8 \text{ 개}$$

$$\textcircled{5} \quad 250 = 2 \times 5^3 \quad \therefore 8 \text{ 개}$$

87) 3

$60 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는

$$(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24(\text{개})$$

$2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는

$$(2+1) \times (1+1) \times (n+1) = 6 \times (n+1)$$

따라서 $6 \times (n+1) = 24$ 이므로

$$n+1 = 4 \quad \therefore n = 3$$

88) ①

$2 \times 5^2 \times 11^x$ 의 약수의 개수가 12개이므로

$$(1+1) \times (2+1) \times (x+1) = 12 \quad x+1 = 2 \quad \therefore x = 1$$

89) ④

$3^3 \times 5^a \times 7$ 의 약수의 개수가 56 개이므로
 $(3+1) \times (a+1) \times (1+1) = 4 \times (a+1) \times 2 = 56$
 $a+1=7$
 $a=6$

90) ②

$2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 15 개라 하므로
 $(a+1) \times (b+1) = 15$
 그런데 $a < b \Rightarrow a+1 < b+1$ 이므로
 (i) $a+1=1$ 또는 $b+1=15$ 일 때
 $a=0$ 또는 $b=14$
 이걸 a, b 가 자연수라는데 모순이다.
 (ii) $a+1=3$ 또는 $b+1=5$ 일 때
 $a=2$ 또는 $b=4 \leftarrow$ OK!
 $\therefore a+b=6$

91) ③

$200 = 2^3 \times 5^2$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (2+1) = 12$
 $3^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는
 $(x+1) \times (2+1) = (x+1) \times 3$
 200 과 $3^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같다고 하므로
 $(x+1) \times 3 = 12$
 $\therefore x=3$

92) ①

$18 = 2 \times 3^2$ 이므로
 ① 3 이면 2×3^3 이므로 약수의 개수는 $2 \times 4 = 8$
 ② 4 이면 $2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$
 ③ 5 이면 $2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $2 \times 3 \times 2 = 12$
 ④ 6 이면 $2^2 \times 3^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 4 = 12$
 ⑤ 7 이면 $2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $2 \times 3 \times 2 = 12$

93) 16개

$\frac{216}{n}$ 을 자연수가 되게 하는 자연수 n 의 개수는 216의 약수의 개수와 같고, $216 = 2^3 \times 3^3$ 이므로 216의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$

94) ①, ②

선택지 숫자를 A 대신 대입하여 $2^3 \times 3^2 \times A$ 의 약수의 개수가 24 개인 것을 구하자.
 ① $2^3 \times 3^2 \times 3 = 2^3 \times 3^3$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$ 다. \leftarrow NO!
 ② $2^3 \times 3^2 \times 6 = 2^4 \times 3^3$ 의 약수의 개수는
 $(4+1) \times (3+1) = 20(\text{개})$ 다. \leftarrow NO!
 ③ $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24(\text{개})$ 다.
 ④ $2^3 \times 3^2 \times 11$ 의 약수의 개수는

$(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24(\text{개})$ 다.

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 13$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24(\text{개})$ 다.

95) 25

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $4 \times 3 = 12(\text{개})$ 다.
 72 에 어떤 자연수 A 를 곱한 수 $A = a^m$ (a 는 2, 3 이 아닌 소수)라 하면 $72 \times A = 2^3 \times 3^2 \times a^m$ 의 약수의 개수는 72 의 약수의 개수의 3 배라 하므로
 $(3+1) \times (2+1) \times (m+1) = 3 \times 12$
 $4 \times 3 \times (m+1) = 3 \times 12$
 $m+1=3$
 $\therefore m=2$

따라서 $A = a^2$ 꼴이고 최소의 A 는 $5^2 = 25$ 다.

96) 1

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $5 \times 3 \times 2 = 30$
 $2^4 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수는 $5 \times 3 \times (a+1)$ 이므로
 $5 \times 3 \times (a+1) = 30$
 $a+1=2$
 $a=1$

97) ②, ⑤

① 0 은 모든 수의 약수이다. (거짓)
 ② 1 은 모든 수의 약수이다. (참)
 ③ 소수의 약수는 2 개이므로 (거짓)
 ④ 자연수는 소수와 합성수와 1로 이루어졌다. (거짓) 1 은 소수도 합성수도 아니다.
 ⑤ 모든 수는 자기 자신을 약수로 가지며 동시에 배수로 갖는다. (참)

98) ⑤

① 모든 자연수는 항상 1을 약수로 가지고 있다. (참)
 ② 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12로 6개이다. (참)
 ③ $42 = 2 \times 21$, $42 = 7 \times 6$ 이므로 2와 7은 모두 42의 약수이다. (참)
 ④ 1은 약수의 개수가 1개로 가장 적은 약수를 갖고 있다. (참)
 ⑤ 예를 들어, $9 = 3^2$ 의 약수는 1, 3, 9로 3개다. 따라서 제곱인 수는 약수의 개수가 2개가 아니다. (거짓)

99) ③, ⑤

① 1은 소수도 합성수도 아니다.
 ② (반례) 2는 짝수인 소수이다.
 ③ 2, 3, 5, 7의 4개이다.
 ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다. 따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

100) ②

① 2는 짝수이면서 소수이다.
 ③ 8 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7이 4개이다.

④ 자연수 a 는 자기 자신의 약수이고 배수이다.

⑤ 18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 로 6 개이다.

101) ③

① 1은 소수도 아니고, 합성수도 아니다.

② 2는 소수이다.

④ 10이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다 .

⑤ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 의 4개이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다. 따라서 옳은 것은 ③이다.

102) 6

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로

$$[540] = (2+1) \times (3+1) \times (1+1) = 24$$

따라서 $[n] \times 24 = 96$ 에서 $[n] = 4$ 이므로 약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수를 구하면 2^3 또는 2×3 이다.

그런데 $2^3 > 2 \times 3$ 이므로 구하는 가장 작은 자연수 n 은 $2 \times 3 = 6$ 이다.

103) 27

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 x 가 될 수 있는 수는

$3 \times (\text{연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 x 가 될 수 있는

가장 작은 자연수는 $3 \times 1^2 = 3$

두 번째 작은 수는 $3 \times 2^2 = 12$

세 번째 작은 수는 $3 \times 3^2 = 27$

104) 45

$45 = 3^2 \times 5$ 이므로 x 가 될 수 있는 수는 $5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 5, $5 \times 2^2 = 20$, $5 \times 3^2 = 45$, ... 이므로 이 중에서 세번째로 작은 수는 45 이다.

105) 4

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$ 이므로 $N(140) = (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 $N(96) = (5+1) \times (1+1) = 12$

$N(140) \div N(96) \times N(x) = 3$ 에서 $12 \div 12 \times N(x) = 3$

$\therefore N(x) = 3$ 따라서 x 는 약수의 개수가 3개인 수이고 이 중 가장 작은 수는 $2^2 = 4$ 이다.

106) 6

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $f(36) = (2+1) \times (2+1) = 9$

$$9 \times f(x) = 36 \quad f(x) = 4$$

따라서 약수의 개수가 4개인 자연수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$

107) 15

135를 소인수분해하면 $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 $3 \times 5 = 15$ 를 곱하면 45^2 이 된다.

108) 4

2) 60

2) 30

3) 15

5

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \quad \therefore a+b+c = 2+1+1 = 4$$

109) 15

375 를 소인수분해하면 $375 = 3 \times 5^3$ 이 된다.

어떤 자연수의 제곱이 되려면 지수가 짝수여야 하므로 3 과 5 를 한 번씩 더 곱해야 한다.

따라서 곱해야 할 수는 15 이다.

110) ⑤

① $7 \times 7 = 7^2$

② $2+2+2 = 2 \times 3$

③ $a \times a \times a \times a = a^4$

④ $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5^4}$

111) ③

ㄱ. $3^2 = 3 \times 3 = 9$

ㄴ. $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

ㄷ. 곱하는 개수를 나타내는 2, 3, 4, ... 는 거듭제곱의 지수라 한다.

112) ③

ㄱ. 2는 소수이지만 짝수다.

ㄴ. 합성수의 약수는 3개 이상이다.

ㄷ. 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

113) ⑤

① $3^2 = 9$

② 1

③ $1 \times 3 = 3$

④ $5 \times 3^2 = 45$

⑤ $3^3 \times 5^2 = 675$

114) ③

소수는 3, 13, 17, 67 이므로 $a = 4$

합성수는 $51 = 3 \times 17$ 이므로 $b = 1$

$$\therefore a - b = 4 - 1 = 3$$

115) ②

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,

23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 으로 모두 15개이다.

116) ②

7의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 7, 9, 3, 1이 반복이 된다. 이때 $47 \div 4 = 11 \dots 3$ 이므로 7^{47} 의 일의 자리 숫자는

7, 9, 3, 1의 세 번째 숫자인 3이다.

117) ③

- ① $14 = 2 \times 7$
- ② $56 = 2^3 \times 7$
- ③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$
- ④ $98 = 2 \times 7^2$
- ⑤ $112 = 2^4 \times 7$

118) ②

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 약수가 아닌 것은 ② $2^3 \times 5^2$

119) ①

$456 = 2^3 \times 3 \times 19$ 이므로 $a=3, b=1, c=1$ 에서 $a+b+c=3+1+1=5$

120) ③

$500 = 2^2 \times 5^3$ 이므로 $a=2, b=5, m=2, n=3$
 $a+b+m+n=2+5+2+3=12$

121) ②

약수의 개수가 홀수개이라면 어떤 수의 제곱인 자연수이다.

- ① $12 = 2^2 \times 3$ 의 약수는 $3 \times 2 = 6$ (개)
- ② $49 = 7^2$ 의 약수는 $2+1=3$ (개)
- ③ 79 는 소수이므로 약수가 2 개
- ④ 2×3^2 의 약수는 $2 \times 3 = 6$ (개)
- ⑤ $3^3 \times 5$ 의 약수는 $4 \times 2 = 8$ (개)

122) ②

- ① $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수는 $3 \times 2 \times 2 = 12$ (개)
- ② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 의 약수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수는 $3 \times 2 \times 2 = 12$ (개)
- ④ $96 = 2^5 \times 3$ 의 약수는 $6 \times 2 = 12$ (개)
- ⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수는 $2 \times 2 \times 3 = 12$ (개)

123) ②

$(3+1) \times (a+1) = 24$
 $a+1 = 24 \div 4 = 6$ 이므로 $a=5$

124) ①, ⑤

- ① $2^2 \times 27 = 2^2 \times 3^3$ 의 약수의 개수는 $3 \times 4 = 12$ (개)
- ② $2^2 \times 32 = 2^7$ 의 약수의 개수는 8개
- ③ $2^2 \times 64 = 2^8$ 의 약수의 개수는 9개
- ④ $2^2 \times 81 = 2^2 \times 3^4$ 의 약수의 개수는 $3 \times 5 = 15$ (개)
- ⑤ $2^2 \times 125 = 2^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수는 $3 \times 4 = 12$ (개)

125) ⑤

$84 \times a = 2^2 \times 3 \times 7 \times a$ 가 자연수의 제곱이 되려면 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 7 \times (\text{연수})^2$ 이 되어야 한다. 보기 중에서 만족하는 수는 ⑤ $3 \times 7 \times 1^2 = 21$ 이다.

126) ②

$108 \times x = 2^2 \times 3^3 \times x$ 가 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 $x = 3 \times (\text{자연수})^2$ 이 되어야 한다.

127) ⑤

- ① $45 = 3^2 \times 5$ 는 N 의 약수다.
- ② $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 는 N 의 배수다.
- ④ 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ 개
- ⑤ N 이 어떤 수의 제곱이 되려면 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 $2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 을 곱해야 한다.

128) ②

ㄴ. 최대공약수 3 ㄷ. 최대공약수 17

129) $4^5 \rightarrow 5^4$

$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

130) 3, 5, 7

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로 소인수는 3, 5, 7이다.

131) 1, 2, 7, 14, 49, 98

$98 = 2 \times 7^2$ 이므로 약수는 1, 2, 7, 14, 49, 98

132) ㄱ. 2는 소수이지만 짝수다.

ㄴ. 서로소인 두 자연수의 공약수는 1이다.

ㄷ. 4와 9는 서로소이지만 두 수는 모두 합성수다.

정답참조

133) (1) $2^2 \times 5^2$

(2) (가) 2×5 (나) $2^2 \times 5$ (다) $2^2 \times 5^2$

(3) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

(1) $100 = 2 \times 50 = 2 \times 2 \times 25 = 2^2 \times 5^2$

(2),(3) 표를 채워보면

	2^2 의 약수	1	2	2^2
5^2 의 약수	1	5	(가) 10	(나) 20
	5^2	25	50	(다) 100

134) 7311

$693 = 3^2 \times 7 \times 11$ 의 소인수는 3, 7, 11이다.

이 수를 나열하여 만들 수 있는 가장 큰 네 자리 자연수는 7311이다.

135) 약수가 2 개인 수는 소수이므로 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29가 있다.

약수가 3개인 수는 소수의 제곱인 수로

$2^2 = 4, 3^2 = 9, 5^2 = 25$ 가 있다.

136) (1) 12 개

(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

(3) 168

(1) $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 에서

약수의 개수는 $3 \times 2 \times 2 = 12$ (개)

(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

(3) $1+2+3+4+5+6+10+12+15+20+30+60 = 168$

137) 5, 37

$\frac{374}{n-3} = \frac{2 \times 11 \times 17}{n-3}$ 이 자연수가 되려면

$n-3$ 은 374 의 약수가 되어야 한다.

374의 약수는 1, 2, 11, 17, 22, 34, 187, 374이므로

$n-3=1$ 일 때 $n=4$: 소수가 아니다.

$n-3=2$ 일 때 $n=5$

$n-3=11$ 일 때 $n=14$: 소수가 아니다.

$n-3=17$ 일 때 $n=20$: 소수가 아니다.

$n-3=22$ 일 때 $n=25$: 소수가 아니다.

$n-3=34$ 일 때 $n=37$

$n-3=187$ 일 때 $n=190$: 소수가 아니다.

$n-3=374$ 일 때 $n=377=13 \times 29$: 소수가 아니다.

따라서 만족하는 소수인 n 은 5, 37이다.

138) (1) $3^3 \times 7$

(2) 1, 3, 7, 9, 21, 27, 63, 189

(3) \ominus 135, 375 \ominus 510

(1) $189 = 3^3 \times 7$

(2) 1, 3, 3^2 , 3^3 , 7, 3×7 , $3^2 \times 7$, $3^3 \times 7$

(3) 189의 약수의 개수는 $4 \times 2 = 8$ 개이므로

A 의 약수는 8개이다. A 의 소인수가 3, 5뿐이므로

$3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수는 $(a+1)(b+1) = 8$ 일 때 (a, b) 가 될 수 있는 순서쌍은 (1, 3), (3, 1)이다.

$a=1, b=3$ 일 때, $A=3 \times 5^3 = 375$

$a=3, b=1$ 일 때, $A=3^3 \times 5 = 135$

따라서 이들의 합은 $375+135 = 510$ 이다.

139) (1) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ (2) 2개 (3) 270 개

(1) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$

$= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5)$

$= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$

(2) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 = (2^6 \times 3^4 \times 7) \times (2^2 \times 5^2)$

$= (2^6 \times 3^4 \times 7) \times (2 \times 5)^2$

$= (2^6 \times 3^4 \times 7) \times 10^2$

마지막 자리부터 연속하여 나타나는 0의 개수는 2개이다.

(3) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 약수의 개수는 $9 \times 5 \times 3 \times 2 = 270$ (개)

140) 6

곱해야 하는 수를 a 라고 할 때

$96 \times a = 2^5 \times 3 \times a$ 가 자연수의 제곱이 되려면

모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로

$a = (2 \times 3) \times (\text{연수})^2$ 이 되어야 한다.

이때 가장 작은 자연수 $a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$

141) $a = 400, b = 30, c = 60$

주어진 식은 $3^2 \times a = (2^3 \times 3 \times 5) \times b = c^2$ 이다.

주어진 식의 값이 자연수의 제곱이 되려면

모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로

$b = 2 \times 3 \times 5 = 30$

이때 $a = 2^4 \times 5^2 = 400, c^2 = (2^2 \times 3 \times 5)^2$ 에서

$c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

142) 43

$2880 = 2^6 \times 3^2 \times 5$ 이고 나이의 합이 홀수이므로, 세 사람의 나이가 모두 홀수이거나, 한 사람만 홀수이면 된다.

그런데 세 사람의 나이 중 적어도 한 사람은 2를 소인수로 갖기 때문에 세 사람의 나이가 모두 홀수가 될 수는 없다.

따라서 한 사람의 나이는 홀수이고 두 사람의 나이는

짝수이므로 세 사람의 나이는 각각

$3 \times 5 = 15, 2^2 \times 3 = 12, 2^4 = 16$

나이의 합은 $15+12+16 = 43$ 이다.

143) (1) 6 (2) $1+2+3=6$

(2) 6의 약수는 1, 2, 3, 6이고 이때 자기 자신을 제외한 약수의 합은 $1+2+3=6$ 으로 자기 자신이 된다.

144) (1) 똑같이 나눌 수 없다.

(2) 사람의 수는 카드의 수 30의 약수이어야 한다.

(3) 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 명

(1) 30장을 4으로 나누어야 하는데 30은 4의 배수가 아니기 때문에 30장의 카드를 네 사람이 남는 카드 없이 똑같이 나누어 가질 수 없다.

(2) 사람 수로 30을 똑같이 나누어야 하므로 사람 수는 30의 약수가 되어야 한다.

(3) 30의 약수 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30중에서

게임참가자가 두 명 이상이므로 할 수 있는 사람의 수는 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30이다.

145) 1, 2, 4, 7, 8

$15 = 3 \times 5$ 이므로 15와 서로소인 수는

소인수 3, 5를 갖지 않는다.

146) 6

$a=2, b=3, c=1$ 에서 $a+b+c=2+3+1=6$

147) 1, 2, 3, 6

n 은 18, 24를 나눌 수 있는 수이므로

$18 = 2 \times 3^2, 24 = 2^3 \times 3$ 의 공약수다.

이때 최대공약수가 $2 \times 3 = 6$ 이므로

n 의 값이 될 수 있는 수는 6의 약수인 1, 2, 3, 6이다.

148) (1) 3의 배수: 33개, 5의 개수: 20개

(2) 53 개

(1) $100 \div 3 = 33 \dots 1$ 이므로 3의 배수는 33 개

$100 \div 5 = 20$ 이므로 5의 배수는 20 개

(2) 3의 배수이면서 5의 배수인 15의 배수가
 $100 \div 15 = 6 \dots 10$ 에서 6개이므로
 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 $33 + 20 - 6 = 47$ (개)
 따라서 15와 서로소인 수는 $100 - 47 = 53$ (개)이다.

149) ④

- ㉠ 연속한 두 자연수의 차는 1이고, 이 때 두 수를 공통으로 나눌 수 있는 수가 1뿐이므로 연속하는 두 자연수는 서로소이다.
 - ㉡ 두 짝수의 최대공약수 또한 짝수이므로 2의 배수다.
 - ㉢ 1은 소수의 곱으로 나타낼 수 없다.
 - ㉣ 1은 약수가 한 개이고 소수가 아니다.
 - ㉤ (두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수)인데 서로 소인 두 수는 최대공약수가 1이므로 (두 수의 곱) = (최소공배수)이다.
- 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉤이다.

150) 6가지

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 나타낼 수 있는 직사각형의 가로, 세로의 길이를 순서쌍으로 나타내면

(1, 108), (2, 2×3^3), (2^2 , 3^3), (3, $2^2 \times 3^2$),
 (3^2 , $2^2 \times 3$), (2×3 , 2×3^2)으로 6가지이다.

151) (1) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ (2) 2개 (3) 270 개

(1) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$
 $= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5)$
 $= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$

(2) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 = (2^6 \times 3^4 \times 7) \times (2^2 \times 5^2)$
 $= (2^6 \times 3^4 \times 7) \times (2 \times 5)^2$
 $= (2^6 \times 3^4 \times 7) \times 10^2$

마지막 자리부터 연속하여 나타나는 0의 개수는 2개이다.

(3) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 약수의 개수는 $9 \times 5 \times 3 \times 2 = 270$ (개)

152) ③

$60 \times x = 2^2 \times 3 \times 5 \times x$ 의 소인수가 3개 이므로
 x 의 소인수는 2, 3, 5 이외의 것이 될 수 없다.
 $x = 2^3$ 이면 $60 \times x = 2^5 \times 3 \times 5$ 의 약수는 24개
 $x = 2 \times 3$ 이면 $60 \times x = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 약수는 24개
 $x = 2 \times 5$ 이면 $60 \times x = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 약수는 24개
 $x = 3^2$ 이면 $60 \times x = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 의 약수는 24개
 $x = 5^2$ 이면 $60 \times x = 2^2 \times 3 \times 5^3$ 의 약수는 24개

153) ④

약수의 개수가 8개인 수는
 소수 a, b, c 에 대해서 $a \times b \times c$ 의 꼴이거나
 $a^3 \times b$ 의 꼴이다.
 $a \times b \times c$ 의 꼴인 수는 $2 \times 3 \times 5, 2 \times 3 \times 7, 2 \times 5 \times 7, \dots$
 $a^3 \times b$ 의 꼴인 수는
 $2^3 \times 3, 2^3 \times 5, 2^3 \times 7, 2 \times 3^3, 2 \times 5^3, \dots$
 작은 수부터 차례대로 나열하면

$2^3 \times 3 = 24, 2 \times 3 \times 5 = 30, 2^3 \times 5 = 40, 2 \times 3 \times 7 = 42$
 따라서 네 번째로 작은 수와 두 번째로 작은 수의 차는
 $42 - 30 = 12$ 이다

154) ③

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $\ll 48 \gg = 5 \times 2 = 10$
 이제 $10 \times \ll x \gg = 40$ 에서 $\ll x \gg = 4$
 약수의 개수가 4개인 가장 작은 자연수는 6이므로 자연수
 x 의 최솟값은 6이다.

155) ③

a 는 2와 서로소이므로
 (어떤 수) = $2^2 \times a^n$ 의 약수의 개수가 9개이므로
 $3 \times (n+1) = 9 \quad n = 2$
 이제 어떤 수는 $2^2 \times (\text{수})^2$ 꼴이고,
 a 가 10미만의 자연수일 때,
 가장 작은 수는 $2^2 \times 3^2 = 36$
 가장 큰 수는 $2^2 \times 7^2 = 196$
 따라서 두 수의 합은 $36 + 196 = 232$ 이다.

156) ④

10에서 20까지의 자연수 중에서 2를 소인수로 갖는 수는
 2의 배수이다.
 $10 = 2 \times 5, 12 = 2^2 \times 3, 14 = 2 \times 7, 16 = 2^4,$
 $18 = 2 \times 3^2, 20 = 2^2 \times 5$ 이므로 이들을 모두 곱하면 2가
 $1 + 2 + 1 + 4 + 1 + 2 = 11$ (번) 곱해졌기 때문에 2의 지수는
 11이다.

157) ②

- ㄱ. 합성수가 아닌 자연수 중 1은 약수가 1개이다.
 - ㄴ. 소수는 1과 자기 자신의 곱으로 밖에 나타낼 수 없으므로 자기 자신 보다 작은 자연수의 곱으로 나타낼 수 없다.
 - ㄷ. 서로소인 두 수의 공약수는 1이다.
 - ㄹ. 100에 가장 가까운 6의 배수는 $6 \times 17 = 102$ 이다.
- 따라서 <보기>중 옳은 것은 ㄹ, ㄴ으로 2개이다.

158) ③

$18 = 2 \times 3^2$ 이므로 a 를 곱하여 제곱수가 되려면 소인수의
 지수가 모두 짝수가 되도록 해야 한다.
 따라서 곱해야 하는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이 되어야 한다.
 곱할 수 있는 가장 작은 자연수 $a = 2 \times 1^2 = 2$
 두 자릿수 중에서 가장 작은 수 $b = 2 \times 3^2 = 18$
 $\therefore b - a = 16$

159) ⑤

3의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는
 3, 9, 7, 1이 반복되고, $1315 = 4 \times 328 + 3$ 이므로
 $\langle 3^{1315} \rangle$ 는 3, 9, 7, 1에서 세 번째 숫자인 7이다.
 7의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 7, 9, 3, 1이 반복되고
 $1318 = 329 \times 4 + 2$ 이므로 $\langle 7^{1318} \rangle$ 은 7, 9, 3, 1에서 두 번째

숫자인 9이다.

$$\langle 3^{1315} \rangle + \langle 7^{1318} \rangle = 7 + 9 = 16$$

160) ①

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 x 를 곱하여 제곱수가 되려면 모든 소인수의 지수는 짝수가 되어야 한다.

따라서 x 는 $3 \times (\text{연수})^2$ 꼴이고, 가장 작은 자연수 x 는 3이다.

$$108 \times 3 = 324 = 2^2 \times 3^4 = (2 \times 3^2)^2 = 18^2$$

$$\therefore y = 18$$

$$\therefore x^2 - 3y = 9 - 3 \times 18 = -45$$

161) ④

약수를 작은 순서대로 나열하면

1, 2, 3, 2×3 , 7, 3^2 , ...이므로 다섯 번째로 작은 수는 7이다.

약수를 큰 순서대로 나열하면

$2 \times 3^2 \times 7$, $3^2 \times 7$, $2 \times 3 \times 7$, 3×7 , ...이므로

네 번째로 큰 수는 $3 \times 7 = 21$ 이다.

따라서 조건에 맞는 두 수의 합은 $7 + 21 = 28$ 이다.

162) ⑤

5를 소인수로 갖는 수는

$$5, 10 = 2 \times 5, 15 = 3 \times 5, 20 = 2^2 \times 5, 25 = 5^2,$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5, 35 = 5 \times 7, 40 = 2^3 \times 5, 45 = 3^2 \times 5,$$

$$50 = 2 \times 5^2 \text{으로 } 5 \text{의 지수는 } 12 \text{이다.}$$

163) ⑤

$1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7$ 의 약수 중 자연수의 제곱인 수는 소인수분해 했을 때, 지수가 짝수인 수이다.

따라서 1, 2^2 , 2^4 , 3^2 , $2^2 \times 3^2$, $2^4 \times 3^2$ 으로 6개이다.

164) (1) 9 (2) $x = 20, y = 60$

(1) $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $a = 2, b = 2, c = 5$ 에서

$$a + b + c = 2 + 2 + 5 = 9$$

(2) $180 \times x$ 가 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수는 짝수가 되어야 하므로 x 는 $5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이 되어야 한다.

이러한 두 번째로 작은 수 $x = 5 \times 2^2 = 20$ 이고

$$y^2 = 180 \times x = 180 \times 20 = 3600 = 60^2 \rightarrow y = 60$$

165) -5

$$108 = 2^2 \times 3^3 \text{에서 약수의 개수 } L = 3 \times 4 = 12$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \text{에서 가장 큰 소인수 } M = 7$$

$$15 \text{의 약수의 합은 } N = 1 + 3 + 5 + 15 = 24 \text{이므로}$$

$$\therefore L + M - N = 12 + 7 - 24 = -5$$

166) ④

짝수인 약수가 되려면 2의 배수이므로

$2 \times (2 \times 3^2 \times 5^2)$ 의 약수) 꼴의 수이다.

따라서 A 의 약수 중 짝수의 개수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수인 $2 \times 3 \times 3 = 18$ (개)이다.

167) ①

(나)에서 n 의 약수의 합이 $n+1$ 이라는 것은 n 이 소수라는 것이다.

(가)에서 n 은 30과 60 사이의 소수이다.

따라서 조건을 만족하는 자연수 n 은

31, 37, 41, 43, 47, 53, 59으로 7개이다.

168) ①

(i) p^5 (단, p 는 소수) 일 경우

$$2^5 = 32$$

(ii) $p^2 \times q$ (단 p, q 는 서로 다른 소수)일 경우

$$2^2 \times 3 = 12, 2^2 \times 5 = 20, 2^2 \times 7 = 28,$$

$$2^2 \times 11 = 44, 3^2 \times 2 = 18, 3^2 \times 5 = 45,$$

$$5^2 \times 2 = 50$$

따라서 50이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 6개인 자연수는 8개이다.

169) ②

$a = 2^b \times 3^2$ 의 약수의 개수가 15개이므로

$$(b+1) \times (2+1) = 15 \therefore b = 4$$

$$a = 2^4 \times 3^2 = 16 \times 9 = 144$$

$$\therefore a + b = 144 + 4 = 148$$

170) ①

$\langle N \rangle = 4$ 이라면 N 은 $2^4 = 16$ 의 배수인 수이다.

하지만 더 이상 2를 인수로 가져서는 안 되므로 N 이 될 수 있는 두 자리 자연수는

$$2^4 = 16, 2^4 \times 3 = 48, 2^4 \times 5 = 80 \text{으로 } 3 \text{개이다.}$$

171) ⑤

$20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 6개이다.

b 는 4이하인 자연수 이고, $3^a \times b$ 의 약수의 개수가 6개이므로

$$b = 1 \text{이면 } a = 5, b = 2 \text{ 이면 } a = 2, b = 3 \text{ 이면 } a = 4,$$

$$b = 4 \text{ 이면 } a = 1 \text{ 이다.}$$

따라서 가능한 자연수 a 의 값의 합은 $5 + 2 + 4 + 1 = 12$ 이다.

172) ②, ⑤

$72n = 2^3 \times 3^2 \times n$ 이 자연수의 제곱이 되려면

모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로

n 이 자연수일 때 $n = 2 \times (\text{자연수})^2$

$$\text{① 가장 작은 자연수 } n = 2 \times 1^2 = 2$$

$$\text{② 두 번째로 작은 자연수 } n = 2 \times 2^2 = 8$$

$$\text{③ 열 번째로 작은 자연수 } n = 2 \times 10^2 = 200$$

$$\text{④ 가장 작은 유리수 } n = \frac{1}{2 \times (2 \times 3)^2} = \frac{1}{72}$$

⑤ n 이 열번째로 작은 유리수를 가지려면

72n이 10번째로 작은 자연수의 제곱인 수이려면

$$72n = 10^2$$

$$n = \frac{10^2}{72} = \frac{2^2 \times 5^2}{2^3 \times 3^2} = \frac{25}{18}$$

173) ④

$$2^2 \times 7 \times a = 3 \times 5^2 \times b = c^2 \text{ 이려면}$$

모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 한다.

이때 최소의 a, b를 구하면

$$a = 3^2 \times 5^2 \times 7, b = 2^2 \times 3 \times 7^2 \text{ 이므로}$$

$$c^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 = (2 \times 3 \times 5 \times 7)^2 = 210^2 \text{에서}$$

$$c = 210$$

174) ③

ax + by + cz = 14를 만족하는 x, y, z를 구해보면,

(i) a, b, c가 2, 3, 5일 때, x=3, y=1, z=1

(ii) a, b, c가 2, 3, 7일 때, x=2, y=1, z=1

(iii) a, b, c가 2, 5, 7일 때, x=y=z=1

그러므로 2³×3×5, 2²×3×7, 2×5×7을 모두 더하면 274이다.

175) 5, 37

$$\frac{374}{n-3} = \frac{2 \times 11 \times 17}{n-3} \text{ 이 자연수가 되려면}$$

n-3은 374의 약수가 되어야 한다.

374의 약수는 1, 2, 11, 17, 22, 34, 187, 374이므로

n-3=1 일 때 n=4 : 소수가 아니다.

n-3=2 일 때 n=5

n-3=11 일 때 n=14 : 소수가 아니다.

n-3=17 일 때 n=20 : 소수가 아니다.

n-3=22 일 때 n=25 : 소수가 아니다.

n-3=34 일 때 n=37

n-3=187 일 때 n=190 : 소수가 아니다.

n-3=374 일 때 n=377=13×29 : 소수가 아니다.

따라서 만족하는 소수인 n은 5, 37이다.

176) (1) 6 (2) 3 (3) 3, 6 (4) 6

177) ⑤

두 수의 최대공약수를 각각 구해보면

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

178) ③

두 수의 최대공약수를 각각 구해보면

- ① 2 ② 3 ③ 1 ④ 7 ⑤ 3

179) (1) ① 1, 2, 3, 4, 6, 12

② 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

③ 1, 2, 3, 6

④ 6

(2) ① 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

② 1, 2, 4, 8, 16, 32

③ 1, 2, 4, 8

④ 8

(3) ① 1, 3, 9, 27

② 1, 3, 5, 9, 15, 45

③ 1, 3, 9

④ 9

180) (1) 1, 2, 3, 6 (2) 1, 2, 3, 4, 6, 12

(3) 1, 3, 7, 21 (4) 1, 2, 4, 7, 14, 28

181) ⑤

최대공약수 : 2²×5

182) ②

최대공약수 : 2²×3²

183) ③

③ 1은 약수가 1개뿐이다.

184) 11, 13, 17, 19

20 이하의 두 자리의 자연수 중에서 12와 서로소인 수는 11, 13, 17, 19이다.

185) 8개

공약수는 최대공약수의 약수이고, a, b의 최대공약수가 54이므로 공약수의 개수는 54의 약수의 개수와 같다.

$$54 = 2 \times 3^3 \text{ 이므로 } 54 \text{의 약수는 } (1+1) \times (3+1) = 8(\text{개})$$

186) 4

A와 B의 공약수는 최대공약수인 16의 약수이므로

1, 2, 4, 8, 16이다. 이 중에서 두 번째로 큰 수는 8이다.

187) (1) 2, 3, 4, 3 (2) 2, 3, 2, 3, 3

188) (1) 6 (2) 6

$$\begin{array}{r} (1) \quad 2 \) \ 18 \ 24 \ 36 \\ \quad \quad 3 \) \ 9 \ 12 \ 18 \\ \quad \quad \quad 3 \ 4 \ 6 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6$$

(2) 18=2×3², 24=2³×3, 36=2²×3²

2를 밑수로 하는 경우는 2가, 3을 밑수로 하는 수

중에서는 3이 지수가 가장 작으므로 최대공약수는 2×3=6

189) (1) 2×3=6 (2) 2²×3=12 (3) 2²×3×5=60 (4)

$$2^2 \times 3^2 = 36$$

190) (1) 8 (2) 15 (3) 15

$$\begin{array}{r} (1) \quad 2 \) \ 24 \ 32 \\ \quad \quad 2 \) \ 12 \ 16 \\ \quad \quad \quad 2 \) \ 6 \ 8 \\ \quad \quad \quad \quad 3 \ 4 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad 3 \) \ 15 \ 30 \ 45 \\ \quad \quad 5 \) \ 5 \ 10 \ 15 \\ \quad \quad \quad \quad 1 \ 2 \ 3 \end{array}$$

$$3 \times 5 = 15$$

(3) $3 \times 5 = 15$

191) ①

$48 = 2^4 \times 3$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$, $144 = 2^4 \times 3^2$ 이므로 최대공약수는 $2^3 \times 3$ 이다.

따라서 세 수의 공약수가 아닌 것은 ① 3^2 이다.

192) 12

세 수의 최대공약수는 $3^2 \times 5 \times 7$ 이므로 공약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)

193) 4

두 수 $2^2 \times 3 \times 5^3$, $2^3 \times 5^a$ 의 최대공약수가 $2^b \times 5^2$ 이므로 공통인 소인수의 지수가 작은 것을 곱하면 된다.

$$2^2 \times 3 \times 5^3$$

$$2^3 \quad \times 5^a$$

$$\hline 2^2 \quad \times 5^2 = 2^b \times 5^2$$

$$\therefore a = 2, b = 2 \Rightarrow a + b = 4$$

194) 33개

$12 = 2^2 \times 3$ 이므로 2의 배수, 3의 배수인 수를 제외해야 한다.

100이하의 자연수 중 2의 배수의 개수는 50개, 3의 배수의 개수는 33개, 6의 배수의 개수는 16개 이므로 □안에 알맞은 수의 개수는

$$100 - (50 + 33 - 16) = 33(\text{개})$$

195) (1) ① 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

② 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

③ 12, 24, 36, ...

④ 12

(2) ① 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

② 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

③ 24, 48, ...

④ 24

(3) ① 10, 20, 30, 40, 50, 60, ...

② 15, 30, 45, 60, 75, ...

③ 30, 60, ...

④ 30

196) (1) 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

(2) 6, 12, 18, 24, 30

(3) 7, 14, 21, 28

(4) 8, 16, 24

197) 4

두 자연수 a, b 의 공배수는 24의 배수이므로 24, 48, 72, 96로 4개다.

198) 34개

100가지의 2의 배수는 50개 2의 배수이면서 3의 배수는

2와 3의 공배수이므로 6의 배수 16개 이므로 구하는 개수는 $50 - 16 = 34$ (개)이다.

199) 2

8의 배수는 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96이다.

20의 배수는 20, 40, 60, 80이다.

위의 두 조건을 만족하는 수는 8과 20의 공배수 40의 배수이다. 100보다 작은 40의 배수는 2개이다.

200) 30

조건1) 6의 배수는 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

조건2) 10의 배수는 10, 20, 30, 40, ...

조건3) 15의 배수는 15, 30, 45, 60 ... 이므로

세 조건을 모두 만족하는 것은 세 수의 공배수이다.

그중 가장 작은 것은 최소공배수이다. 30

201) 12

36과 60의 최소공배수는 180이다.

$$180 = \quad \times 15 \quad \therefore \square = 12$$

202) (1) $2^3, 5, 5$ (2) 2, 2, 5, 2, 2, 5

203) 풀이참조

$$\begin{array}{r} (1) \quad 2) \quad \underline{18 \quad 24 \quad 36} \\ \quad 3) \quad \underline{9 \quad 12 \quad 18} \\ \quad \quad 3) \quad \underline{3 \quad 4 \quad 6} \\ \quad \quad \quad 2) \quad \underline{1 \quad 4 \quad 2} \\ \quad \quad \quad \quad 1 \quad 2 \quad 1 \end{array} \quad \therefore 2^3 \times 3^2 = 72$$

(2) $18 = 2 \times 3^2$, $24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 최소공배수는 2를 밑수로 하는 경우는 2^3 이, 3을 밑수로 하는 수 중에서는 3^2 이 지수가 가장 크므로 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 = 72$

204) (1) 60 (2) 240 (3) 60 (4) 840

$$(1) \quad \begin{array}{r} 2) \quad \underline{12 \quad 30} \\ \quad 3) \quad \underline{6 \quad 15} \\ \quad \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

$$(2) \quad \begin{array}{r} 2) \quad \underline{30 \quad 48} \\ \quad 3) \quad \underline{15 \quad 24} \\ \quad \quad 5 \quad 8 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 8 = 2^4 \times 3 \times 5 = 240$

$$(3) \quad \begin{array}{r} 2) \quad \underline{12 \quad 60 \quad 20} \\ \quad 2) \quad \underline{6 \quad 30 \quad 10} \\ \quad \quad 3) \quad \underline{3 \quad 15 \quad 5} \\ \quad \quad \quad 5) \quad \underline{1 \quad 5 \quad 5} \\ \quad \quad \quad \quad 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

$$(4) \quad \begin{array}{r} 10) \quad \underline{40 \quad 30 \quad 70} \\ \quad \quad \quad 4 \quad 3 \quad 7 \end{array}$$

최소공배수는 $10 \times 4 \times 3 \times 7 = 840$

205) (1) $2 \times 3 \times 5 \times 7$ (2) $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ (3) $2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$
 (4) $2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$

206) ⑤

① $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

② $126 = 2 \times 3^2 \times 7$

③, ④ 84와 126의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 7 = 42$ 이므로
 공약수의 개수는

$$(1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8 \text{ (개)}$$

⑤ 84와 126의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 7$ 이다.

207) ④

208) 180

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 12 \ 45 \ 90 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 6 \ 45 \ 30 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \) \ 3 \ 45 \ 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \) \ 1 \ 15 \ 5 \\ \hline \end{array}$$

$$1 \ 3 \ 1$$

$$\text{(최소공배수)} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 = 180$$

209) $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

최소공배수를 구할 때 공통인 소인수는 지수가 같거나 큰 것을 택하고, 공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다.

$$2^3 \times 3^2 \times 5^2$$

$$2^2 \times 3$$

$$2 \times 3^2 \times 7$$

$$2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

210) 720

$$\text{최소공배수는 } 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

$$120 \times 5 = 600, 120 \times 6 = 720 \text{이므로 } 720$$

211) 5

$$\text{최대공약수가 } 2^2 \times 3^2 \times 5 \text{이므로 } 2^a = 2^2 \therefore a = 2$$

$$\text{최소공배수가 } 2^4 \times 3^4 \times 5^3 \text{이므로 } 5^b = 5^3 \therefore b = 3$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

212) 210

$$\text{최대공약수는 } a = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{최소공배수는 } b = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7}{2 \times 3 \times 5} = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

213) 3

곱한 소수를 x 라고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{array}{r} x \) \ 15 \times x \ 12 \times x \ 24 \times x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \) \ 15 \ 12 \ 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 5 \ 4 \ 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 5 \ 2 \ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$5 \ 1 \ 2$$

최소공배수가 360이므로

$$x \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 = 360$$

$$\therefore x = 3$$

따라서 구하는 수는 3이다.

[다른 풀이]

구하는 소수를 x 라고 하면

$$15 \times x = 3 \times 5 \times x,$$

$$12 \times x = 2^2 \times 3 \times x,$$

$$24 \times x = 2^3 \times 3 \times x$$

이므로 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 \times x$ 이다.

$$\text{즉, } 120 \times x = 360 \text{이므로 } x = 3$$

214) 30

$$6 \) \ A \ 24$$

$$a \ 4$$

최소공배수는 $6 \times a \times 4 = 120$ 이므로 $a = 5$

$$\therefore A = 6 \times a = 30$$

215) 48

$$x \) \ 2 \times x \ 3 \times x \ 8 \times x$$

$$2 \) \ 2 \ 3 \ 8$$

$$1 \ 3 \ 4$$

$$x \times 2 \times 3 \times 4 = 144 \text{이므로 } x = 6$$

$$\therefore 12, 18, 48$$

216) (1) 5 (2) 빵 4개, 굴 3개

(1) 가능한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려면 학생수는 20과 15의 최대공약수이어야 한다.

따라서, 구하는 학생 수는 5명이다.

$$(2) \text{ 빵 : } 20 \div 5 = 4 \text{(개)}$$

$$\text{ 굴 : } 15 \div 5 = 3 \text{(개)}$$

217) 오전 10시 20분

오전 7시 이후 두 유람선이 처음으로 동시에 출발하는 시각은 25와 40의 최소공배수 만큼 시간이 흐른 뒤이다.

25와 40의 최소공배수는 $5 \times 5 \times 8 = 200$ 이므로 두 유람선이 오전 7시 이후에 처음으로 동시에 출발하는 시각은 오전 7시에서 200분 후인 오전 10시 20분이다.

218) (1) 16명 (2) 25명 (3) 30cm

$$(4) \text{ 한변의 길이 : } 40\text{cm}, \text{ 필요한 타일수 : } 15\text{장}$$

$$(5) 18\text{m} \ (6) 18\text{그루} \ (7) 9$$

$$(8) 12 \ (9) 24 \ (10) 62$$

$$(11) 24\text{cm} \ (12) \text{ 오전 8시 18분} \ (13) 5\text{번}$$

(1) 32와 48의 최대공약수는 16이므로 최대 16명에게 나누어 줄 수 있다.

(2) 50과 75의 최대공약수는 25이므로 최대 25명에게 나누어 줄 수 있다.

(3) 60, 90, 120의 최대공약수는 30이므로 한 변의 길이는 30cm로 한다.

(4) 120과 200의 최대공약수는 40이므로 한 변의 길이는

40cm로

한다. 타일의 한 변의 길이가 40cm이므로

가로는 $120 \div 40 = 3$ (장), 세로는 $200 \div 40 = 5$ (장)의 타일이 놓인다. 따라서 필요한 타일의 수는 15장이다.

(5) 54와 36의 최대공약수는 18이므로 간격은 18m로 한다.

(6) 150과 120의 최대공약수가 30이므로 간격은 30m로 하고,

이 때 필요한 나무는 $(150+120) \times 2 \div 30 = 18$ (그루)이다.

(7) $28-1=27$, $40-4=36$ 의 최대공약수인 9이다.

(8) $27-3=24$, $65-5=60$ 의 최대공약수인 12이다.

(9) 6, 8, 12의 최소공배수인 24이다.

219) 12

$$A \times 15 = 3 \times 60 \text{이므로 } A = 12$$

220) 5

최대공약수를 G 라 하면 $300 = G \times 60$

$$G = 5$$

221) 35

즉, 최소공배수는

$$7 \times 2 \times 2 \times 3 \times a = 420$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore x = 7 \times a = 7 \times 5 = 35$$

222) 8

$$A \times B = L \times G \text{이므로 } 960 = 120 \times G$$

$$\therefore G = 8$$

223) ⑤

A , B 의 공약수는 최대공약수 36의 약수이므로

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.

224) 6 개

두 조건을 동시에 만족하는 자연수는 두 수의 공약수이다.

$$2 \times 3^2 = 18 \text{ 이므로}$$

최대공약수가 18 이므로 18의 약수

1, 2, 3, 6, 9, 18

225) ①

226) ②

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$2^2 \times 3^3 \times 5$$

$$2^3 \times 3^4 \times 5^2$$

$$(\text{최대공약수}) = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

227) ④

② 소수는 1과 그 자신만을 약수로 가지므로 서로 다른 두 소수의 공약수는 1뿐이다. 즉 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 분류되며, 1의 약수의 개수는 1개, 소수의 약수의 개수는 2개, 합성수의 약수의

개수는 3개 이상이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

228) ③

되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 하므로 구하는 학생 수는 42와 54의 최대공약수다.

따라서 $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로 최대공약수는 $2 \times 3 = 6$ (명)이다.

229) 9 명

되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 하므로 구하는 학생 수는 72, 81, 63의 최대공약수다.

따라서 $72 = 2^3 \times 3^2$, $81 = 3^4$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 최대공약수는 $3^2 = 9$ (명)이다.

230) ②

60과 105의 최대공약수는 15 이므로 $60 \div 15 = 4$, $105 \div 15 = 7$ 따라서 $x = 4$, $y = 7$ 이므로 $x + y = 11$

231) 27 개

216과 189의 최대공약수는 27 이므로 27개의 조로 나누어야 한다.

232) (1) 8cm (2) 28개

(1) 타일의 한 변의 길이는 32와 56의 최대공약수인 8cm이다.

(2) 가로 : $32 \div 8 = 4$ (개), 세로 : $56 \div 8 = 7$ (개)

$$\therefore 4 \times 7 = 28(\text{개})$$

233) 24개

블록의 한 변의 길이는 120, 60, 90의 최대공약수인 30cm이고

가로 : $120 \div 30 = 4$ (개), 세로 : $60 \div 30 = 2$ (개), 높이 :

$90 \div 30 = 3$ (개)에서 구하는 블록의 개수는 $4 \times 2 \times 3 = 24$ (개)

234) ②

가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각

105 cm, 90 cm, 75 cm 인 직육면체에 정육면체 모양의

나무토막을 빈틈없이 쌓는다고 하므로 105, 90, 75의 최대공약수부터 구하자.

$$\begin{array}{r|rrr} 5 & 105 & 90 & 75 \\ 3 & 21 & 18 & 15 \\ \hline & 7 & 6 & 5 \end{array}$$

최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이고, 가로, 세로, 높이는 각각 7, 6, 5 등분하게 된다.

따라서 필요한 나무토막의 개수는 $7 \times 6 \times 5 = 210$ (개)다.

235) 36 cm

가로의 길이, 세로의 길이가 각각 108 cm, 72 cm 인

직사각형 모양의 벽면에 가능한 큰 정사각형 모양의 타일을 남는 부분이 없도록 붙이려면 타일 한 변의 길이는 108과 72의 최대공약수다.

$108 = 2^2 \times 3^3$, $72 = 2^3 \times 3^2$ 에서 최대공약수는 $2^2 \times 3^2 = 36$ 이다.
따라서 한 변의 길이는 36 cm 다.

236) 340 개

가로, 세로, 높이가 각각 100 cm, 85 cm, 6 cm 인 직육면체 모양의 상자를 똑같이 구획을 나눠서, 한 구획의 크기가 크게 하여야 하므로 100, 85 의 최대공약수를 구하자.

$100 = 2^2 \times 5^2$, $85 = 5 \times 17$ 에서 최대공약수는 5 이므로 가로는 20 등분, 세로는 17 등분이 된다.
따라서 필요한 화분의 수는 $20 \times 17 = 340$ (개)이다.

237) ②

어떤 수로 22 를 나누면 1 이 남으니까 $22 - 1 = 21$ 을 어떤 수로 나누면 나누어떨어지지?
그리고 어떤 수로 37 을 나누면 2 가 남는다고 하므로 $37 - 2 = 35$ 를 어떤 수로 나누면 나누어떨어지겠지?
마지막으로 어떤 수로 46 을 나누면 3 이 부족하다고 하므로 $46 + 3 = 49$ 를 어떤 수로 나누면 나누어떨어지고,
어떤 수 중 가장 큰 수를 구하는 것이므로 21, 35, 49 의 최대공약수를 구하면 된다.
따라서 $21 = 3 \times 7$, $35 = 5 \times 7$, $49 = 7^2$ 이므로 최대공약수는 7 이다.

238) ②

어떤 수로 80 을 나누면 1 이 부족하므로 $80 + 1 = 81$ 을 어떤 수로 나누면 나누어떨어진다.
그리고 어떤 수로 116 을 나누면 8 이 남는다고 하므로 $116 - 8 = 108$ 을 어떤 수로 나누면 나누어떨어진다.
그럼, 어떤 수가 될 수 있는 가장 큰 수는 81 과 108 의 최대공약수다.
 $81 = 3^4$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 최대공약수는 $3^3 = 27$ 이다.
어떤 수 중에 가장 큰 수는 27 이므로 어떤 수는 27 의 약수다. 즉, 1, 3, 9, 27 인데 문제에서 나머지가 8 이 남는다고 했으므로 8 보다는 어떤 수가 커야 한다.
따라서 어떤 수는 9, 27 로 2 개이다.

239) ③

학생 수를 x 명이라고 하면, 빵 100 개와 과자 95 개를 각 학생들에게 최대한 많이 골고루 나누어 주었더니 빵은 4 개가 남고, 과자는 1 개가 부족하였다고 하므로 x 는 $100 - 4 = 96$, $95 + 1 = 96$ 의 최대공약수는 96 의 약수다.
그런데 x 가 30 이상 40 이하의 수이므로 $x = 32$ 가 된다.

240) ③

3	15	45
5	5	15
	1	3

최대공약수가 1 인 두 수가 서로소지?

- ① 15, 45 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$
- ② 12, 40 의 최대공약수는 4 다.

- ③ 9, 14 의 최대공약수는 3 이다.
 - ④ 27, 48 의 최대공약수는 3 이다.
 - ⑤ 21, 81 의 최대공약수는 3 이다.
- 따라서 ③ 9, 14 가 서로소다.

241) (ㄴ), (ㄹ), (ㅎ)

각각의 최대공약수를 구해보면
(ㄱ) 5 (ㄴ) 1 (ㄷ) 13 (ㄹ) 1 (ㅎ) 4 (ㅅ) 1

242) 6개

$n \odot 6 = 1$ 이므로 n 과 6 의 최대공약수는 1 이다. 즉, n 은 6 과 서로소이고, 1 보다 크고 20 보다 작은 자연수이므로 n 은 5, 7, 11, 13, 17, 19 의 6 개다.

243) ③

- ① 서로소인 두 자연수는 공약수가 1 뿐이다. (참)
- ② 소수의 약수는 1 과 그 자신뿐이므로 서로 다른 두 소수의 공약수는 1 이다. (참)
- ③ 【반례】 8 과 9 는 소수는 아니지만 서로소다. (거짓)
- ④ 두 자연수가 1 외에 공약수가 없으면 두 자연수는 서로소이다.
- ⑤ 두 자연수가 서로소이면 공통인 소인수가 없으므로 공약수는 1 뿐이고 이것이 최대공약수다. (참)

244) ③, ④

- ① $111 = 3 \times 37$, $123 = 3 \times 41$ 이므로 서로소가 아니다. (거짓)
- ② 【반례】 $15 = 3 \times 5$, $21 = 3 \times 7$ 은 홀수지만 서로소가 아니다. (거짓)
- ③ 1 과 그 자신만을 약수로 가지는 수는 소수다. 서로 다른 두 소수는 모두 서로소이다. (참)
- ④ 8 과 9 는 소수가 아니지만 서로소가 된다. (참)
- ⑤ 짝수는 모두 2 의 배수다. 그래서 서로 다른 두 짝수는 적어도 2 를 공약수로 갖고 있다. 따라서 서로 다른 두 짝수 중에 서로소는 존재하지 않는다. (거짓)

245) ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄷ. 9와 16은 서로소이지만 둘 다 소수가 아니다.

246) ①

최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$

247) ②

$100 \div 18 = 5.555 \dots$ 이므로 5 개

248) ④

249) ③

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로 $a = 2$, $b = 1$
 $a + b = 3$

250) ③

최대공약수가 $12 = 2^2 \times 3$ 이므로 $a = 2$

최소공배수가 $4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $b = 1$, $c = 7$
 $\therefore a - b + c = 2 - 1 + 7 = 8$

251) ④

$2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 밑이 2 인 것의 지수 a 와 3 을 비교했을 때, 크거나 같은 것이 4 이어야 한다.

$$a = 4$$

또, 밑이 3 인 것의 지수 1 과 b 를 비교했을 때, 크거나 같은 것이 2 이어야 하므로 $b = 2$

$$\therefore a + b = 6$$

252) ④

$$a = 3, b = 4 \text{ 이므로 } a + b = 7$$

253) ①

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$2^2 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$2 \times 3 \times 7^2 \times 11$$

$$(\text{최소공배수}) = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2 \times 11$$

254) 1

$$2^a \times 3$$

$$2^3 \times 3^b \times 7$$

$$(\text{최소공배수}) = 2^4 \times 3^3 \times 7$$

$$\Downarrow \Downarrow$$

$$a = 4, b = 3$$

$$\therefore a - b = 4 - 3 = 1$$

255) 350

구하는 수가 50 과 70 의 최소공배수인 350 이다.

256) 4 개

48 과 80 의 최소공배수는 240 이므로 구하는 자연수의 개수는 240, 480, 720, 960 의 4 개다.

$$257) \frac{196}{3}$$

구하는 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 놓으면 a 는 7, 49, 28 의

최소공배수이고, b 는 12, 18, 27 의 최대공약수이어야 해.

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 7 \ 49 \ 28} \\ \underline{1 \ 7 \ 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \ 18 \ 27} \\ \underline{2 \ 4 \ 6 \ 9} \\ \underline{3 \ 2 \ 3 \ 9} \end{array}$$

$$\therefore a = 7 \times 1 \times 7 \times 4 = 196$$

$$\therefore b = 3^1 \times 3$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{196}{3}$$

258) 61

y 는 14, 35, 70 의 최소공배수이고, x 는 45, 36, 27 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 14 \ 35 \ 70} \\ \underline{2 \ 2 \ 5 \ 10} \\ \underline{5 \ 1 \ 5 \ 5} \\ \underline{1 \ 1 \ 1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 45 \ 36 \ 27} \\ \underline{15 \ 12 \ 9} \\ \underline{5 \ 4 \ 3} \end{array}$$

$$\therefore y = 7 \times 2 \times 5 \times 1 \times 1 \times 1 = 70 \quad \therefore x = 3 \times 3 = 9$$

$$\therefore y - x = 70 - 9 = 61$$

$$259) \frac{108}{7}$$

구하는 분수를 $\frac{B}{A}$ 라고 하면

A 는 7, 35, 56 의 최대공약수이어야 하므로 $A = 7$

B 는 6, 12, 27 의 최소공배수이어야 하므로 $B = 108$

따라서 구하는 분수는 $\frac{108}{7}$ 이다.

260) 3600 cm^2

가로 길이가 10cm, 세로 길이가 12cm 인 직사각형 모양의 색종이를 겹치지 않고 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형 모양의 큰 색종이를 만들기 위해서는 10, 12 의 최소공배수를 구하면

$$2 \overline{) \begin{array}{cc} 10 & 12 \\ \hline 5 & 6 \end{array}}$$

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 5 \times 2 \times 6 = 60$$

따라서 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이가 60cm 이므로, 넓이는 $60 \times 60 = 3600 (\text{cm}^2)$ 이다.

261) ④

126, 162, 180 의 최대공약수는 18 이므로 블록의 한 모서리의 길이는 18cm 이다.

$126 \div 18 = 7$, $162 \div 18 = 9$, $180 \div 18 = 10$ 이므로 필요한 블록의 개수는 $7 \times 9 \times 10 = 630$ (개)

262) 72

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 24cm, 16cm, 12cm 의 최소공배수가 되어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \begin{array}{ccc} 24 & 16 & 12 \\ \hline 12 & 8 & 6 \\ \hline 6 & 4 & 3 \\ \hline 3 & 2 & 3 \end{array}} \\ \hline 1 & 2 & 1 \end{array}$$

$\therefore (\text{최소공배수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 2 \times 1 = 48 (\text{cm}) \quad \therefore a = 48$

이때, 가로는 $48 \div 24 = 2$ (개), 세로는 $48 \div 16 = 3$ (개),

높이는 $48 \div 12 = 4$ (개)의 벽돌이 필요하므로

필요한 벽돌의 개수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ (개) $\therefore b = 24$

$$\therefore a + b = 48 + 24 = 72$$

263) 작은 톱니바퀴 : 8바퀴, 큰 톱니바퀴 : 5바퀴

20과 32의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 8 = 160$

$$2 \overline{) 20 \ 32}$$

... (i)

$$2 \overline{) 10 \ 16}$$

따라서, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 다시

$$5 \ 8$$

맞물릴 때까지 들어야 하는 횟수는 각각

작은 톱니바퀴 : $160 \div 20 = 8$ (바퀴)

큰 톱니바퀴 : $160 \div 32 = 5$ (바퀴)

264) 78번

6과 8의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 이므로 $2 \overline{) 6 \ 8}$
 톱니바퀴 A가 $24 \div 6 = 4$ (회전)할 때마다 1과 $3 \ 4$
 1에서 6과 6까지 같이 맞물린다.

즉, 톱니바퀴 A가 4회전할 때마다 같이 맞물리는 것은
 (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6번이다.
 따라서, 톱니바퀴 A가 52회전했을 때, 같은 번호끼리
 맞물린 것은 $(52 \div 4) \times 6 = 78$ (번)이다.

265) 오전 7시 40분

20, 25, 10의 최소공배수는 100이므로 세 열차가 처음으로
 동시에 출발하는 시각은 100분, 즉 1시간 40분 후인 오전
 7시 40분이다.

266) 128

세 수 3, 6, 7의 어느 수로 나뉘도 2가 남는 수는
 (3, 6, 7의 공배수)+2지?

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3 \ 6 \ 7} \\ \underline{1 \ 2 \ 7} \end{array}$$

3, 6, 7의 최소공배수는 $3 \times 2 \times 7 = 42$ 이고, 가장 작은 세
 자리의 자연수를 구하는 것이므로 $42 \times 3 = 126$ 이
 (3, 6, 7의 공배수) 자리에 들어가야 해.
 따라서 구하는 수는 $126 + 2 = 128$ 이다.

267) 208

어떤 수를 x 라 하고, 5, 6, 7로 나누었을 때의 몫을
 Q_1, Q_2, Q_3 라 하면 나머지는 각각 3, 4, 5라지?

$$\begin{aligned} x &= 5 \times Q_1 + 3 = 5 \times Q_1 + 5 - 2 = 5 \times (Q_1 + 1) - 2 \\ x &= 6 \times Q_2 + 4 = 6 \times Q_2 + 6 - 2 = 6 \times (Q_2 + 1) - 2 \\ x &= 7 \times Q_3 + 5 = 7 \times Q_3 + 7 - 2 = 7 \times (Q_3 + 1) - 2 \end{aligned}$$

이므로

$$x + 2 = 5 \times (Q_1 + 1) = 6 \times (Q_2 + 1) = 7 \times (Q_3 + 1)$$

즉, $x + 2$ 는 5, 6, 7의 배수이므로 최소공배수를 구하면
 $5 \times 6 \times 7 = 210$ 이다.

따라서 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수는

$$x + 2 = 210 \quad x = 210 - 2 = 208 \text{ 이다.}$$

268) 959

구하는 수를 x 라 하면 $x + 1$ 은 6, 5, 4로 각각
 나누어떨어져, 즉, $x + 1$ 은 6, 5, 4의 공배수다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \ 5 \ 4} \\ \underline{3 \ 5 \ 2} \end{array}$$

그런데, 6, 5, 4의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$ 이고, 세
 자리의 자연수 중 가장 큰 자연수를 구하므로

$$1000 \div 60 = 16 \quad \dots \quad 40 \text{ 에서}$$

$$60 \times 16 = 960$$

$$x + 1 = 960 \quad \therefore x = 959$$

269) 60

$$36 \times A = 12 \times 180 \quad \therefore A = 60$$

270) 42

$$70 \times A = 14 \times 120 \quad \therefore A = 42$$

271) ①

두 수 A, B의 최대공약수는 5이므로

$$150 = 5 \times (\text{최소공배수})$$

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 30$$

272) 75

두 자연수 60, x 의 최대공약수가 15라 하므로 $x = 15 \times a$ 라
 놓으면

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 60 \ 15 \times a} \\ \underline{4 \quad a} \end{array}$$

여기서 4와 a 는 서로소다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 15 \times 4 \times a = 60 \times a$$

$$\text{이것이 } 300 \text{이라 하므로 } 60 \times a = 300 \quad \therefore a = 5$$

$$\text{따라서 } x = 15 \times 5 = 75 \text{다.}$$

[다른풀이] 두 수의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과
 같으므로

$$60 \times x = 15 \times 300$$

$$\therefore x = 75$$

273) 80

두 자연수 128, x 의 최대공약수가 16이라 하므로
 $x = 16 \times a$ 라 놓으면

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 128 \ 16 \times a} \\ \underline{8 \quad a} \end{array}$$

여기서 8과 a 는 서로소다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 16 \times 8 \times a = 128 \times a$$

$$\text{이것이 } 640 \text{이라 하므로 } 128 \times a = 640$$

$$\therefore a = 5$$

$$\text{따라서 } x = 16 \times 5 = 80 \text{이다.}$$

274) 150

두 자연수 175, x 의 최대공약수가 25라 하므로 $x = 25 \times a$ 라
 놓으면

$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 175 \ 25 \times a} \\ \underline{7 \quad a} \end{array}$$

여기서 7과 a 는 서로소다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 25 \times 7 \times a = 175 \times a$$

$$\text{이것이 } 1050 \text{이라 하므로 } 175 \times a = 1050$$

$$\therefore a = 6$$

$$\text{따라서 } x = 25 \times 6 = 150 \text{이다.}$$

275) ⑤

A, B의 최대공약수가 7이므로

$$A = 7 \times a, \quad B = 7 \times b \quad (a, b \text{는 서로소, } a, b) \text{로 놓으면}$$

$$A \times B = 490 \text{이므로 } 49 \times a \times b = 490$$

$$\therefore a \times b = 10$$

(i) $a=1, b=10$ 일 때, $A=7, B=70$

$$A+B=7+70=77$$

(ii) $a=2, b=50$ 일 때, $A=14, B=35$

$$\therefore A+B=14+35=49$$

따라서 $A+B$ 의 최댓값은 77이다.

276) $A=84, B=60$

A, B 의 최대공약수가 12이므로

$A=12 \times a, B=12 \times b$ (a, b 는 서로소, $a > b$ 로 놓으면
최소공배수가 420이므로 $12 \times a \times b = 420$)

$$\therefore a \times b = 35 \dots \text{㉠}$$

$$A-B=24 \text{이므로 } 12 \times (a-b) = 24$$

$$\therefore a-b=2 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 a, b 의 값을 구하면 $a=7,$

$b=5$ 일 때이므로

$$A=12 \times 7 = 84, B=12 \times 5 = 60$$

277) ㉡

$A=12 \times a, B=12 \times b$ (a, b 는 서로소, $a < b$)라 하면

$$12 \times a \times 12 \times b = 864 \text{이므로 } a \times b = 6$$

$$a=1, b=6 \text{일 때, } A=12, B=72$$

$$a=2, b=3 \text{일 때, } A=24, B=36$$

두 수 A, B 의 차가 12이므로 $A=24, B=36$

$$\therefore A+B=24+36=60$$

278) ㉣

두 수의 최대공약수가 8이므로

두 수를 각각 $8a, 8b$ (a, b 는 서로소)라 하자.

이때, 두 수의 곱은 640이므로

$$8a \times 8b = 640 \quad \therefore ab = 10$$

따라서, a, b 는 서로소이므로 두 수는

$$8 \times 1, 8 \times 10 \text{ 또는 } 8 \times 2, 8 \times 5$$

그런데 두 수 모두 두 자리의 자연수이므로 구하는 합은

$$8 \times 2 + 8 \times 5 = 16 + 40 = 56$$

279) ㉡

두 수의 최대공약수가 7이므로

두 수를 각각 $7x, 7y$ (x, y 는 서로소)라 하자.

이때, 두 수의 곱은 294이므로

$$7x \times 7y = 294 \quad \therefore x \times y = 6$$

따라서, a, b 는 서로소이고 $a < b$ 이므로

$$a=7 \times 1, b=7 \times 6 \text{ 또는 } a=7 \times 2, b=7 \times 3$$

따라서, 가능한 a 의 값은 $7 \times 1 = 7, 7 \times 2 = 14$ 이므로

$$7 \times 14 = 98$$

280) 9

(두 수의 곱)=(최대공약수) \times (최소공배수)이므로

$$2430 = (\text{대공약수}) \times 270$$

$$\therefore (\text{최대공약수}) = 9$$

281) 404

$$48 = 2^4 \times 3, 8 = 2^3, 240 = 2^4 \times 3 \times 5, 36 = 2^2 \times 3^2$$

$2^4 \times 3$ 과 A 의 최대공약수가 2^3 , 최소공배수가

$2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $A = 2^3 \times 5 = 40$ B 는 $2^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^2$ 의

최소공배수이므로 $B = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$

C 는 $2^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수이므로 $C = 2^2 = 4$

$$\therefore A+B+C=40+360+4=404$$

282) 180

합이 96이고 최대공약수가 12인 두 자연수를 A, B ($A > B$)라
하면 $A=12 \times a, B=12 \times b$ (a, b 는 서로소, $a > b$)로 놓을
수 있다. 두 수 A, B 의 합이 96이므로

$$12 \times a + 12 \times b = 96 \quad \therefore a + b = 8$$

두 수 A, B 의 차가 24이므로 $12 \times a - 12 \times b = 24 \quad \therefore a - b = 2$

합이 8인 두 수 a, b 를 (a, b)로 나타내면 (7, 1), (6, 2), (5, 3)이

중 차가 2인 것은 (5, 3)이므로 $a=5, b=3$

$$\therefore A=12 \times 5, B=12 \times 3 \text{ 따라서 두 수 } 12 \times 5, 12 \times 3 \text{의}$$

최소공배수는 $12 \times 5 \times 3 = 180$

283) 24분 후

(거리)=(속력) \times (시간)이므로 공원의 둘레의 길이는

$$300 \times 8 = 24000(m)$$

다혜가 공원을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은

$$\frac{24000}{200} = 12(\text{분})$$

민수와 다혜는 8분, 12분의 공배수일 때마다 처음 출발했던
위치에서 다시 만난다. 8, 12의 최소공배수는 24이므로 24분
후에 처음 출발했던 위치에서 처음으로 다시 만난다.

284) $A=180, B=120, C=96$

A, B, C 의 최대공약수가 12이고, A, B 의 최대공약수가

60이므로 $A=60 \times a, B=60 \times b, C=12 \times c$ (a, b 는 서로소,
 $a > b$)

A, B 의 최소공배수가 360이므로 $60 \times a \times b = 360, \therefore a \times b = 6$

(i) $a=6, b=1$ 일 때, $A=360, B=60$

$$B=60=2^2 \times 3 \times 5$$

$$C=12 \times c=2^2 \times 3 \times c$$

최소공배수 : $2^5 \times 3 \times 5$

따라서 $c=2^3$ 또는 $c=2^3 \times 5$ 이므로 $C=96$ 또는 $C=480$

이것은 $A > B > C$ 를 만족시키지 않는다.

(ii) $a=3, b=2$ 일 때, $A=180, B=120$

$$B=120=2^3 \times 3 \times 5$$

$$C=12 \times c=2^2 \times 3 \times c$$

최소공배수 : $2^5 \times 3 \times 5$

따라서 $c=2^3$ 또는 $c=2^3 \times 5$ 이므로 $C=96$ 또는 $C=480$

이때 $A > B > C$ 를 만족시켜야 하므로 $C=96$

(i), (ii)에서 $A=180, B=120, C=96$

285) 66

(두수의 곱)=(최소공배수) \times (최대공약수)에서

605=(최소공배수)×11

(최소공배수)=55

두 자연수를 $A=11\times a, B=11\times b$ (a, b 는 서로소, $a < b$)라

하면 $11\times a\times b=55 \therefore a\times b=5$

따라서 $a=1, b=5$ 이므로

$A+B=11+55=66$

286) 62 일

선영이와 유진이가 도서관에 나오는 날을 나타내 보면 다음과 같다.

	1일	2일	3일	4일	5일	6일	7일	8일	9일	10일	...
선영	■	■	■	□	■	■	■	□	■	■	
유진	■	■	■	■	□	□	□	□	■	■	

8일을 주기로 선영이와 유진이는 4일 동안 같이 공부를 하게 된다. 따라서 3월 1일 부터 그 해 6월까지 122일 동안에는 8일 주기로 15번 있고 그 이후에 2일이 더 있으므로

$4\times 15+2=62$ (일) 동안 같이 공부할 수 있다.

287) 6

$24 \odot 36 = (24 \quad 36 \text{의 최대공약수}) = 72$

$\therefore (24 \odot 36)*30 = 72*30$

$= (72 \text{와 } 30 \text{ 최대공약수})$

$= 6$

288) 8

$D(720) = D(2^4 \times 3^2 \times 5) = (4+1) \times (2+1) \times (1+1) = 30$

$\therefore D(D(720)) = D(30) = D(2 \times 3 \times 5) = (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$

289) 9216

97이 소수이므로 97^2 과 서로소가 아닌 자연수들의 개수를 구하여 전체에서 빼면 된다.

97^2 과 서로소가 아닌 자연수는

$97 \times 1, 97 \times 2, \dots, 97 \times 97$ 로 모두 97개다.

따라서 97에서 97^2 까지의 자연수 중 97^2 과 서로소인 자연수의 개수는

$(97^2 - 97 + 1) - 97 = 97^2 - 2 \cdot 97 + 1 = (97 - 1)^2$

$96^2 = 9216$

290) 92610

오른쪽 그림에서 $294 = 21 \times c$ 이므로

$c = 14$ 또,

$14 = ef, 21 = fg$ 이고,

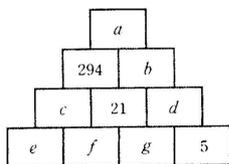
$14 \times 21 = 2 \times 3 \times 7^2 = e \times g \times f^2$ 에서

모든 상자 안의 수들은 1보다 크므로

$f = 7$

따라서 $e = 2, g = 3, d = 3 \times 5 = 15, b = 21 \times 15 = 315$ 이므로

$a = 294 \times b = 294 \times 315 = 92610$



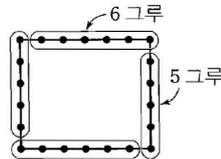
291) 30 초

빨강 전구는 4초마다 같은 상태가 반복되고, 노랑 전구는 6초마다 같은 상태가 반복되므로 두 전구는 4와 6의 최소공배수인 12초마다 같은 상태가 반복 따라서 2(분) = $2 \times 60 = 120$ (초) 동안 같은 상태가 10번 반복된다.

시각(초)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
빨강			꺼짐				꺼짐				꺼짐	
노랑				꺼짐						꺼짐		

그림과 같이 12초 동안 두 개의 전구가 모두 켜져 있는 시간은 3초이다. 그러므로 두 전구가 모두 켜져 있는 시간은 $3 \times 10 = 30$ (초)이다.

292) 22그루



나무 사니의 간격을 xm 라 하면 x 는 180과 150의 공약수이고, 최소한의 나무를 심으려면 x 의 값이 되도록 커야 한다.

즉, x 는 180과 150의 최대공약수인 30이다. 따라서 $180 \div 30 = 6, 150 \div 30 = 5$ 이므로 구하는 나무의 수는 $6 \times 2 + 5 \times 2 = 22$ (그루)

293) 풀이 참조

전구가 켜져 있으려면 그 전구에 해당되는 스위치를 켜다 컷다를 홀수번 했다는 것을 의미한다.

스위치를 홀수번 만졌다는 것은 그 스위치의 번호의 약수가 홀수개라는 것을 의미한다.

즉 약수가 홀수개인 제곱수만 불이 켜져있다.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100으로 10개의 전구가 불이 켜져있다.

294) ㉟

현재를 기준으로 미래는 오른쪽으로 이동하고 과거는 왼쪽으로 이동한다.

ㄱ. $2014 = 2006 + 8$ 이므로 십간은 “병”에서 8칸 오른쪽으로 이동한 “갑”이고, 십이지는 “술”에서 8칸 오른쪽으로 이동한 “오”이다.

ㄴ. $2006 - 1988 = 18 = 10 + 8 = 12 + 6$ 이므로

십간은 “병”보다 왼쪽으로 8칸 이동한 “무”이고 십이지는 “술”보다 왼쪽으로 6칸 이동한 “진”이다.

ㄷ. $2006 - 1945 = 61 = 60 + 1$ 이므로 십간은 “병”에서 1칸 왼쪽으로 이동한 “을”이고, 십이지는 “술”에서 1칸 왼쪽으로 이동한 “유”이다.

∴ ㄱ, ㄴ, ㄷ

295) ②

세 수 2×3^3 , $45 = 3^2 \times 5$, $81 = 3^4$ 의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

296) ⑤

최대공약수는 $2^2 \times 3^2 = 36$ 이고,
이때 공약수의 개수는 36의 약수의 개수인 $3 \times 3 = 9$ (개)이다.

297) ①

$152 = 2^3 \times 19$, $171 = 3^2 \times 19$ 의 최대공약수는 19이므로 공약수는 19의 약수인 1, 19으로 2개이다.

298) ⑤

어떤 자연수는 $75 - 3 = 72$, $56 - 2 = 54$ 를 나눌 수 있으므로 두 수의 공약수이고 가장 큰 수이므로 두 수 $72 = 2^3 \times 3^2$, $54 = 2 \times 3^3$ 의 최대공약수인 $2 \times 3^2 = 18$ 이다.

299) ②

학생 수는 24, 36, 60의 공약수이면서 가장 큰 수가 되어야 하므로 $24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수인 $2^2 \times 3 = 12$ 이다.
이때 한 학생이 받는 연필의 개수는 $36 \div 12 = 3$ (자루)이다.

300) ④

$6 \times k = 2 \times 3 \times k$, $8 \times k = 2^3 \times k$, $10 \times k = 2 \times 5 \times k$ 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 \times k = 360$, $k = 3$
따라서 세 수의 최대공약수는 $2 \times k = 2 \times 3 = 6$ 이다.

301) ④

정사각형의 한 변의 길이는 165, 120의 공약수이면서 가장 큰 수가 되어야 하므로 두 수 $165 = 3 \times 5 \times 11$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수인 $3 \times 5 = 15$ 이다. 이때 정사각형의 개수는 $(165 \div 15) \times (120 \div 15) = 11 \times 8 = 88$ (개)이다.

302) ③

나무의 개수가 최소가 되어야 하므로 나무 사이 간격은 최대가 되어야 하고, 또 나무 사이 간격이 175, 100의 공약수가 되어야 한다. 따라서 나무 사이 간격은 $175 = 5^2 \times 7$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수인 $5^2 = 25$ (m)이다.
이때 필요한 나무의 개수는 $\{2 \times (175 + 100)\} \div 25 = 22$

303) ①

최대공약수가 $2 \times 5^c \times 7^2$ 이므로 $a = 1$, $c = 1$
최소공배수가 $2^3 \times 5^d \times 7^4$ 이므로 $b = 4$, $d = 4$
 $a + b + c + d = 1 + 1 + 4 + 4 = 10$

304) ③

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이고

최소공배수 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

N 은 5의 배수이면서 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수이다.

따라서 가장 작은 N 은 5이고, 가장 큰 N 은 180이므로 그 합은 $5 + 180 = 185$ 이다.

305) ②

분수를 $\frac{a}{b}$ 라고 할 때

a 는 48, 32, 36의 공배수이면서

가장 작은 수가 되어야 하므로

세 수 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$, $36 = 2^2 \times 3^2$ 의

최소공배수인 $2^5 \times 3^2 = 288$

b 는 5, 15, 35의 공약수이면서 가장 큰 수가

되어야 하므로 세 수 5, $15 = 3 \times 5$, $35 = 5 \times 7$ 의

최대공약수인 5

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{288}{5}$$

306) ③

두 자연수의 곱은, 두 자연수의 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같으므로 $756 = 6 \times (\text{소공배수})$
따라서 최소공배수는 $756 \div 6 = 126$ 이다.

307) ①

(가)에서 최대공약수가 $12 = 2^2 \times 3$ 이므로 $a = 1$

(나)에서 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$b = 3$, $c = 7$

$$\therefore a + b + c = 1 + 3 + 7 = 11$$

308) ⑤

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이고

최대공약수 $15 = 3 \times 5$, 최소공배수 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 일 때

A 는 3^2 의 배수이면서 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수이므로

가장 큰 값은 $A = 2 \times 3^2 \times 5^2 = 450$ 이다.

309) ⑤

정육면체의 한 모서리는 12, 16, 18의 공배수인데

가능한 한 작은 정육면체를 만들어야 하므로

$12 = 2^2 \times 3$, $16 = 2^4$, $18 = 2 \times 3^2$ 의 최소공배수인

$2^4 \times 3^2 = 144$ (cm)

이때 필요한 벽돌의 개수는

$$(144 \div 12) \times (144 \div 16) \times (144 \div 18) = 12 \times 9 \times 8 = 864(\text{장})$$

310) ②

세 사람은 $12 = 2^2 \times 3$, $15 = 3 \times 5$, $18 = 2 \times 3^2$ 의

최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 분마다 같은 곳에서 동시에 출발하게 된다.

세 사람이 처음으로 다시 출발점에서 만나는 것은 180분 후가 되고 이때 누리는 $180 \div 18 = 10$ 바퀴를 돌아야 한다.

311) ②

세 종류의 버스는 $8=2^3$, $10=2 \times 5$, $12=2^2 \times 3$ 의
 최소공배수인 $2^3 \times 3 \times 5 = 120$ 분마다 함께 출발하게 된다. 즉
 2시간 마다 함께 출발하게 되므로
 버스가 동시에 출발하는 시각은 오전 6시, 오전 8시,
 오전 10시, 오후 12시, 오후 2시 ...이므로
 오전 7시부터 오후 1시 사이에 총 3번을 함께 출발한다.

312) ④

A는 $4+1=5$ (일)마다 B는 $6+1=7$ (일)마다
 다시 일을 시작하므로 두 사람은 5, 7의 최소공배수인
 35마다 함께 일을 시작하고 35일 중에서 마지막 날 함께
 쉬므로
 두 번째로 함께 쉬는 날은 70일째다.

313) ④

$45=3^2 \times 5$, $54=2 \times 3^3$ 의
 최소공배수가 $2 \times 3^3 \times 5 = 270$ 이므로
 두 톱니바퀴는 270 개의 톱니가 맞물릴 때마다 같은
 톱니에서 다시 맞물리게 된다.
 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지의
 톱니바퀴 B의 회전수는 $270 \div 54 = 5$ (바퀴)이다.

314) ⑤

구하려는 어떤 수는 $(4, 6, 8 \text{ 공배수})+3$
 이때 $4=2^2$, $6=2 \times 3$, $8=2^3$ 의 최소공배수가
 $2^3 \times 3 = 24$ 이므로
 어떤 수는 $(24 \text{의 배수})+3$
 이때 500에 가 가장 가까운 수는
 $24 \times 21 + 3 = 507$

315) ①

$(\text{사람 수})+2 = (5, 6, 7 \text{의 공배수})$
 이때 5, 6, 7 의 최소공배수가 210 이므로
 $(\text{사람 수})+2 = (210 \text{의 배수})$ 에서
 $(\text{사람 수}) = (210 \text{의 배수})+2$
 그러므로 사람 수는 최소 $210-2=208$ (명)이다.

316) $\frac{42}{5}$

구하려는 분수를 $\frac{a}{b}$ 라고 할 때
 a 는 3, 7, 2의 공배수이면서 최소가 되어야 하므로
 세 수의 최소공배수인 42이다.
 b 는 20, 30, 25의 공약수이면서 최대가 되어야 하므로 세
 수의 최대공약수인 5이다.

$$\frac{a}{b} = \frac{42}{5}$$

317) 96

$21=3 \times 7$, $28=2^2 \times 7$, $42=2 \times 3 \times 7$ 이므로
 $a=2^2 \times 3 \times 7 = 84$
 $24=2^3 \times 3$, $60=2^2 \times 3 \times 5$, $84=2^2 \times 3 \times 7$ 이므로

$$b=2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a+b = 84+12 = 96$$

318) 72

$$A = 108 = 2^2 \times 3^3, B = 198 = 2 \times 3^2 \times 11 \text{ 의}$$

최대공약수는 $a=2 \times 3^2$ 이다.

$$C = 96 = 2^5 \times 3, D = 168 = 2^3 \times 3 \times 7 \text{ 의}$$

최대공약수는 $b=2^3 \times 3$ 이다.

그러므로 $a=2 \times 3^2$, $b=2^3 \times 3$ 의 최소공배수는
 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이다.

319) (1) 12cm (2) 140개

(1) 정육면체의 한 모서리의 길이는 48, 60, 84의 약수인데,
 가능한 한 큰 정육면체 모양으로 잘라야 하므로 정육면체의
 모서리의 길이는 48, 60, 84의 최대공약수가 된다.

$$48 = 2^4 \times 3, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 84 = 2^2 \times 3 \times 7 \text{ 의}$$

최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$ 이므로 정육면체의 모서리의 길이는
 12cm이다.

(2) 나무 토막의 개수는

$$(48 \div 12) \times (60 \div 12) \times (84 \div 12) = 4 \times 5 \times 7 = 140(\text{개})$$

320) (1) 30개 (2) 비누: 16개, 치약: 7개, 칫솔: 6개

(1) 상자의 수는

$$480 = 2^5 \times 3 \times 5, 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7, 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

의 공약수이면서 최대가 되어야 하므로 최대공약수인
 $2 \times 3 \times 5 = 30$ (개)이다.

(2) 한 상자에는 비누 $480 \div 30 = 16$ (개), 치약 $210 \div 30 = 7$ (개)
 칫솔 $180 \div 30 = 6$ (개)가 들어간다.

321) 26 개

구러미의 개수는 104, 234의 공약수이면서 가장 큰 수가
 되어야 하므로 $104 = 2^3 \times 13$, $234 = 2 \times 3^2 \times 13$ 의
 최대공약수인 $2 \times 13 = 26$ 이다.

322) (1) 60m (2) 8그루 (3) 6그루 (4) 24그루

(1) 나무의 수가 최소가 되려면 나무 사이 간격은 최대가
 되어야 하고 또한 나무 사이 간격이 120, 300의 공약수가
 되어야 하므로 나무 사이 간격은 120, 300의 최대공약수인
 60m이다.

(2) 나무 사이의 간격은 60m이고 네 모퉁이에도 반드시
 심으므로 가로에는 $(420 \div 60) + 1 = 8$ (그루)

(3) 마찬가지로 세로에는 $(300 \div 60) + 1 = 6$ (그루)이다.

(4) 네 모퉁이의 나무가 2번씩 세어졌으므로 전체 필요한
 나무는 $2 \times (8+6) - 4 = 24$ (그루)이다.

323) 24명

어린이의 수는 음료수 $29-5=24$, 과자

$55-7=48$, 아이스크림 $71+1=72$ 의 공약수이다.

이때 가능한 한 많은 어린이들에게 나눠주어야 하므로

어린이 수는 $24=2^3 \times 3$, $48=2^4 \times 3$, $72=2^3 \times 3^2$ 의

최대공약수인 $2^3 \times 3 = 24$ (명)이다.

324) 72

두 자연수를 $6a, 6b$ (a, b 서로소) 라 할 때
두 수의 곱은 $36ab = 432$ 이므로 $ab = 12$
이제 두 수 $6a, 6b$ 의 최소공배수는 $6ab = 72$

325) 50, 100, 150, 300, 450, 900

최대공약수는 $10 = 2 \times 5$ 이고

최소공배수 $900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 이니

N 은 반드시 2×5^2 의 배수이어야 하고

900 의 약수가 되어야 하니

$N = (2 \times 5^2) \times (2 \times 3^2)$ 의 약수) 이다.

따라서 N 이 될 수 있는 수는

$2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2, 2 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 5^2$

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

326) (1) 14 (2) 6 (3) 42

최대공약수가 2 인 두 수를

$A = 2a, B = 2b$ (a, b 는 서로소, $a > b$) 라 할 때

합이 20 이므로 $2a + 2b = 2(a + b) = 20$ 에서

$a + b = 10$

$A \times B = 4ab = 84$ 에서 $ab = 21$

따라서 $a = 7, b = 3$

(1) $A = 2a = 2 \times 7 = 14$

(2) $B = 2b = 2 \times 3 = 6$

(3) A, B 의 최소공배수는 $2ab = 2 \times 7 \times 3 = 42$

327) 한 모서리의 길이 : 108 cm

필요한 벽돌의 개수 : 648장

벽돌의 한 모서리의 길이는 12, 18, 9 의 공배수가 되어야 한다.

이때 12, 18, 9 의 최소공배수는 36이고

한 모서리의 길이는 100보다 크면서 가장 작아야 하니

$36 \times 3 = 108$ 이 된다.

그러므로 필요한 벽돌은

$(108 \div 12) \times (108 \div 18) \times (108 \div 9) = 9 \times 6 \times 12 = 648$ 장

328) (1) 36 (2) 111 명

(1) $4 = 2^2, 6 = 2 \times 3, 9 = 3^2$ 의

최소공배수는 $2^2 \times 3^2 = 36$ 이다.

(2) 학생 수는 (36의 배수)+3이다.

이때 학생 수가 100명 보다 많고 120명 보다 적으므로

$(36 \times 3) + 3 = 111$ (명)이다.

329) (1) 100 (2) 2시 40분

(1) $20 = 2^2 \times 5, 25 = 5^2$ 이므로

최소공배수는 $2^2 \times 5^2 = 100$ 이다.

(2) 오전 8시에 출발하고, 100분 후에 동시에 출발하므로
처음 동시에 출발하는 시간은 9시 40분이다. 이와 같이
100분마다 동시에 출발하면 11시 20분, 1시, 2시 40분
...이다.

따라서 1시 30분 이후 처음으로 동시에 출발하는 시각은

2시 40분이다.

330) 100일

두 사람이 근무하는 일과는 20일 마다 반복된다.

일하는 날을 ○, 쉬는 날을 ×라 하면

A	○	○	○	×	○	○	○	×	○	○
B	○	○	○	○	○	○	○	×	×	×

○	×	○	○	○	×	○	○	○	×
○	○	○	○	○	○	○	×	×	×

따라서 20일 마다 2일 같이 쉬므로 1000일 동안 함께 일할 때는 $1000 \div 20 = 50$ 이므로 두 사람이 같이 쉬는 날은 $50 \times 2 = 100$ (일)이다.

331) 71

두 톱니바퀴가 처음 다시 맞물리게 되는 것은

톱니가 $60 \times 14 = 840$ (개) 맞물릴 때이다.

따라서 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 와 x 의 최소공배수는

$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고, $x < 60$ 이므로 $x = 2^3 \times 7 = 56$ 이다.

이제 $x \times y = 840$ 이므로 $56 \times y = 840, y = 15$

$\therefore x + y = 56 + 15 = 71$

332) 민재 5바퀴, 효영이 3 바퀴

두 사람은 한 바퀴 회전하는데

각각 12, 20 분이 걸린다.

이때 $12 = 2^2 \times 3, 20 = 2^2 \times 5$ 이므로

두 사람이 다시 출발지점에서 만나는 것은

12, 20 의 최소공배수인 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 분 후이다.

두 사람이 출발지점에서 만날 때 까지

민재는 $60 \div 12 = 5$ 바퀴 돌고

효영이는 $60 \div 20 = 3$ 바퀴 돈다.

333) (1) 60초 (2) 48초

(3) 240초 (4) 8번

(1) A등대는 $53 + 7 = 60$ 초마다 불이 켜진다.

(2) B등대는 $35 + 13 = 48$ 초마다 불이 켜진다.

(3) 동시에 켜졌다 꺼지는데에 걸리는 시간은

60, 48 의 최소공배수인 240초이다.

(4) 240초 즉 4분마다 동시에 불이 켜지게 되므로

$30 \div 4 = 7 \dots 2$ 에서 오후 7시 포함하여 모두

$7 + 1 = 8$ 번 동시에 켜진다.

334) (1) 9,000 원 (2) 54

(1) 현주가 받은 100원짜리 동전이 c 개라고 할 때

현주가 받은 금액은 $100c + 500c = 600c$ (원)

지우가 받은 500원짜리 동전이 b 개라고 할 때 100원짜리

동전은 $5b$ 개이고, 이때 지우가 받은 금액은

$2 \times 500b = 1000b$ (원)

두 사람이 받은 금액이 같아야 하므로

600, 1000의 최소공배수를 구하면 3000이고

두 금액의 합이 15000원 보다 많고, 20000원 보다 적으므로

3000의 배수 중 조건에 맞는 금액은 18000원이다.
따라서 현주가 받은 금액은 9000원이다.

(2) 지우가 받은 금액 $1000b = 9000$ 이면 $b = 9$ 이다.
따라서 500원짜리 동전의 개수인 $b = 9$ 이고,
100원짜리 동전은 $a = 5 \times 9 = 45$
 $a + b = 45 + 9 = 54$

335) 4 개

성문 번호의 약수에 해당하는 문지기는 문을 열거나 닫거나 할 수 있다. 마지막으로 열려 있는 문 번호의 약수는 홀수 개가 되어야 한다.

문의 번호 중 약수가 홀수 개인 번호는 제곱수로
 $1, 2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16$ 으로 모두 4개이다.

336) ③

28, 42의 최대공약수가 $14 = 2 \times 7$ 이므로

$$[28, 42] = 4$$

그러므로 $[[28, 42], [a, 12]] = 1$ 은

$$[4, [a, 12]] = 1 \text{ 이므로}$$

4와 $[a, 12]$ 는 서로소가 되어야 한다.

- ① $a = 4$ 이면 $[4, 12] = 3$ 이므로 4, 3은 서로소이다.
- ② $a = 5$ 이면 $[5, 12] = 1$ 이므로 4, 1은 서로소이다.
- ③ $a = 6$ 이면 $[6, 12] = 4$ 이므로 4, 4는 서로소가 아니다.
- ④ $a = 7$ 이면 $[7, 12] = 1$ 이므로 4, 1은 서로소이다.
- ⑤ $a = 8$ 이면 $[8, 12] = 3$ 이므로 4, 3은 서로소이다.

337) ③

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5, 270 = 2 \times 3^3 \times 5 \text{ 이고}$$

최소공배수는 $1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$ 이므로

\square 는 2^3 의 배수이면서 $1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$ 의 약수가 되어야 하므로 $= 2^3 \times (3^3 \times 5 \text{의 약수})$

그러므로 \square 가 될 수 있는 수는

$$2^3, 2^3 \times 3, 2^3 \times 3^2, 2^3 \times 3^3, 2^3 \times 5,$$

$$2^3 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 5, 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$\therefore a = 8$$

이때 최대공약수는 2를 반드시 포함해야하므로

$2 \times (3 \times 5 \text{의 약수})$ 가 되어야 하므로 될 수 있는 수는

$$2, 2 \times 3, 2 \times 5, 2 \times 3 \times 5$$

$$\therefore b = 4$$

$$\therefore a + b = 8 + 4 = 12$$

338) ①

$$(\text{어떤 수}) = (3, 4, 5 \text{의 배수}) + 2$$

이때 3, 4 = 2^2 , 5의 최소공배수가 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로

$$(\text{어떤 수}) = (60 \text{의 배수}) + 2$$

1000에 가장 가까운 어떤 수는

$$60 \times 17 + 2 = 1022 \text{ 이고}$$

$$1022 \div 7 = 146 \text{ 이므로 } 7 \text{으로 나눈 나머지는 } 0 \text{이다.}$$

339) ④

$$127127 = 127 \times 1001 = 127 \times (7 \times 11 \times 13) \text{ 이므로}$$

소인수는 7, 11, 13, 127으로 4개이다.

340) ④

A, B 의 최대공약수를 G 라고 하면

$$A = aG, B = bG \quad (a, b \text{는 서로소})$$

이때 최소공배수 $L = abG$

$$\textcircled{1} \frac{AB}{L} = \frac{aG \times bG}{abG} = G$$

$$\textcircled{2} A \times B \div L = (aG \times bG) \div abG = G$$

$$\textcircled{3} A \div L \times B = (aG \div abG) \times bG = \frac{1}{b} \times bG = G$$

$$\textcircled{4} A \div (L \times B) = aG \div (abG \times bG) = aG \div ab^2G^2 = \frac{1}{b^2G}$$

$$\textcircled{5} A \times (B \div L) = aG \times (bG \div abG) = aG \times \frac{1}{a} = G$$

341) 138

$$\frac{150-a}{360} = \frac{150-a}{2^3 \times 3^2 \times 5} \text{를 약분하였을 때 분자가 } 3 \text{의 배수가}$$

되므로, 분자 $150-a$ 는 3^3 의 배수가 되어야 한다.

$150-a$ 가 $3^3 = 27$ 의 배수일 때 가장 작은 수는 27이므로

$$150-a = 27, a = 123 \text{ 이므로 } M = 123$$

$3^3 = 27$ 의 배수 중 150이하의 가장 큰 수는

$$3^3 \times 5 = 135 \text{ 이므로}$$

$$150-a = 3^3 \times 5, a = 15 \text{ 이므로 } m = 15$$

$$\therefore M+m = 123+15 = 138$$

342) ①

40, 90, 150의 최소공배수가 1800이므로

세 개의 증정품을 모두 받는 사람은 1800의 배수이다.

이때 $15000 \div 1800 = 8 \dots 600$ 이므로

$$\therefore a = 8$$

40, 150의 최소공배수가 600이므로

장미꽃과 치약을 받게 되는 사람은 600의 배수이다.

이때 $15000 \div 600 = 25$ 이므로 25명인데

이때 머그컵은 받지 않아야 하므로 600의 배수이면서

세 가지를 모두 받은 1800의 배수인 사람을 제외해야

하므로

$$\therefore b = 25 - 8 = 17$$

$$\therefore b - a = 17 - 8 = 9$$

343) ④

A 는 $15+1 = 16 = 2^4$ 일마다 일을 시작하고

B 는 $9+1 = 10 = 2 \times 5$ 일마다 일을 시작한다.

두 사람은 $2^4, 2 \times 5$ 의 최소공배수인

$2^4 \times 5 = 80$ 일 마다 함께 일을 시작하게 되므로

3월 1일 부터 80일 후인 5월 20일에 함께 일을 시작하므로

하루 전인 5월 19일에 동시에 같이 쉬게 된다.

344) ①

민경이의 100원짜리 동전의 개수가 a 개라고 한다면

$$\text{민경이가 받은 금액은 } 10a + 50a + 100a = 160a \text{ 원}$$

혜월이가 받은 100원짜리 동전의 개수가 b 개라고 한다면
 혜월이가 받은 금액은
 $10 \times 10b + 50 \times 2b + 100b \times 3 \times 100b = 300b$ 원
 두 사람이 받은 금액은 서로 같으므로
 $160, 300$ 의 최소공배수를 구해보면 2400 이고,
 두 사람이 받은 금액의 합이 7600 원 보다 많고, 10000 보다
 적으므로 $2400 \times 4 = 9600$ 원이다.
 따라서 민경이와 혜월이가 각각 받은 금액은
 $9600 \times \frac{1}{2} = 4800$ (원)이다.

345) ⑤

- ① $25 = 5^2$ 의 소인수는 5이다.
- ② $8 = 2^3, 14 = 2 \times 7$ 의 공약수는 1, 2이다.
- ③ 약수의 개수는 $5 \times 4 = 20$ (개)이다.
- ④ 1의 약수는 1으로 1개이다.
- ⑤ (○) 약수가 11개인 수는 a^{10} (a 는 소수)으로
 소인수분해되므로 소인수는 a 로 한 개 뿐이다.

346) ①

점 사이의 간격은 $28 = 2^2 \times 7, 42 = 2 \times 3 \times 7, 49 = 7^2$ 의
 공약수이면서 가장 큰 수가 되어야 하므로 세 수의
 최대공약수 7이다.
 이때 $28 \div 7 = 4, 42 \div 7 = 6, 49 \div 7 = 7$ 이므로 최소로 찍을 수
 있는 점의 개수는 $4 + 6 + 7 = 17$ (개)이다.

347) ②

$10 = 2 \times 5$ 이므로 10과 서로소인 수는 2의 배수도 5의
 배수도 아니어야 한다.
 30이하의 자연수 중에서 2의 배수는 15개, 5의 배수는 6개,
 이 중 10의 배수 3개는 2의 배수이면서 5의 배수이므로
 30이하의 자연수 중에서 10과 서로소인 수는
 $30 - (15 + 6 - 3) = 30 - 18 = 12$ (개)이다.

348) ②

$a, 81 = 3^4, 108 = 2^2 \times 3^3$ 인 세 수의 최대공약수가
 $9 = 3^2$ 이므로 a 는 3^2 을 인수로 갖지만
 $3^3, 3^4$ 을 인수로 가져서는 안 된다.
 그러나 $3^2 = 9$ 의 배수이지만 27, 81의 배수이면 안되므로
 a 의 값이 될 수 있는 90보다 작은 자연수는
 $9, 18, 36, 45, 63, 72$ 으로 6개이다.

349) ③

$64 = 2^6$ 이므로 100보다 작은 자연수 중에서 소인수 2를 갖는
 수는 짝수 49개이다.
 그러므로 소인수 2를 갖지 않는 수 즉 64와 서로소인 수는
 $99 - 49 = 50$ (개)이다.

350) ④

어떤 자연수는 $50 - 2 = 48 = 2^4 \times 3,$
 $63 - 3 = 60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 를 나눌 수 있으므로 두 수의

공약수이다.

이때 두 수의 최대공약수가 $2^2 \times 3 = 12$ 이므로 어떤 자연수는
 12 의 약수이면서 3보다 큰 수가 되어야 하므로 될 수 있는
 수는 4, 6, 12이다.
 따라서 이들의 합은 $4 + 6 + 12 = 22$ 이다.

351) ⑤

묶음의 수는 24, 60, 84를 모두 나눌 수 있어야 하므로 세
 수 $24 = 2^3 \times 3, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 의 공약수이면서
 가장 큰 수가 되어야 한다.

이때 세 수의 최대공약수가 $2^2 \times 3 = 12$ 이므로

① 최대 12묶음을 만들 수 있다.

이때, 한 묶음에 들어가는 사탕은 $24 \div 12 = 2$ (개), 초콜릿은
 $60 \div 12 = 5$ (개), 젤리는 $84 \div 12 = 7$ (개)이므로 한 묶음에
 가격은

② $2 \times 400 + 5 \times 300 + 7 \times 200$
 $= 800 + 1500 + 1400 = 3700$ (원)

사탕의 가격은 ③ $5 \times 300 = 1500$ (원)

초콜릿의 가격은 ④ $2 \times 400 = 800$ (원)

⑤ 한 묶음에 초콜릿과 사탕, 젤리는 모두
 $2 + 5 + 7 = 14$ (개)가 들어있다.

352) ③

분자는 분모인 100과 서로소인 수가 되어야 기약분수가
 된다.

$100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로

2를 소인수로 갖는 수는 $50 \div 2 = 25,$

5를 소인수로 갖는 수는 $50 \div 5 = 10$

2, 5를 모두 소인수로 갖는 수는 $50 \div 10 = 5$

따라서 2 또는 5를 소인수로 갖는 수는
 $25 + 10 - 5 = 30$ (개)이므로 1부터 50까지의 자연수 중에서
 100과 서로소인 자연수는

$50 - 30 = 20$ (개)이다.

353) ③

다음 조건을 만족시키는 자연수는

$85 - 1 = 84, 128 - 2 = 126, 171 - 3 = 168$ 을 나눌 수 있으므로

세 수의 공약수가 된다.

$84 = 2^2 \times 3 \times 7, 126 = 2 \times 3^2 \times 7, 168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 의

최대공약수가 $2 \times 3 \times 7 = 42$ 이므로

이 자연수는 42의 약수이면서 나머지 3보다는 커야 한다.

따라서 보기 중에서 42의 약수가 아닌 것은

③ 18이다.

354) (1) ① 10의 배수

② $2^2 = 4$ 의 배수가 아닌 수

(2) 10, 30, 50, 70, 90

(2) $20 = 2^2 \times 5$ 와 a 의 최대공약수가

$10 = 2 \times 5$ 가 되려면 a 는 2×5 의 배수이지만 2^2 의 배수가 될

수 없다.

따라서 조건에 맞는 두 자리 자연수는 $2 \times 5 = 10$,
 $2 \times 5 \times 3 = 30$, $2 \times 5 \times 5 = 50$,
 $2 \times 5 \times 7 = 70$, $2 \times 5 \times 3^2 = 90$

355) ⑤

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $18 = 2 \times 3^2$ 일 때

최대공약수 $6 = 2 \times 3$,

최소공배수 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

N 은 최대공약수 2×3 의 배수이면서

30 , 18 에 없는 2^2 을 인수로 가져야 한다.

따라서 N 은 $2^2 \times 3$ 의 배수이면서 최소공배수

180 의 약수가 되어야 하므로 N 이 될 수 있는 수는

$2^2 \times 3$, $2^2 \times 3^2$, $2^2 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 이고, 수의 합은

$12 + 36 + 60 + 180 = 288$ 이다.

356) ③

$32 = 2^5$, $56 = 2^3 \times 7$ 일 때 두 수의 최소공배수가 $2^5 \times 7$ 이다.

두 수의 공배수는 $2^5 \times 7$ 의 배수가 되어야 한다.

어떤 자연수를 A 라 할 때, $A \times 14$ 가 $2^5 \times 7$ 의 배수이고,

이러한 자연수 중에서 가장 작은 수는

$A \times 14 = 2^5 \times 7$ 이므로 $A = 2^4 = 16$ 이다.

357) ②, ⑤

두 수를 $A = 7a$, $B = 7b$ (단, a , b 는 서로소)라고 하면

최소공배수는 $7ab = 2 \times 7^2$ $ab = 14$

(i) $(a, b) = (1, 14)$ 일 때

$A = 7$, $B = 98$ 에서 $7 + 98 = 105$

(ii) $(a, b) = (2, 7)$ 일 때

$A = 14$, $B = 49$ 에서 $14 + 49 = 63$

358) ②

$28 = 2^2 \times 7$, $16 = 2^4$ 이고, 최대공약수 $4 = 2^2$, 최소공배수

$336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이다.

따라서 $A = 2^2 \times 3 \times a$ 의 꼴이면서 336 의 약수가 되어야

하므로 가장 작은 $A = 2^2 \times 3 = 12$ 이다.

359) ④

a 는 12 , 24 , 30 의 공배수이면서 가장 작은 수가 되므로 세 수의 최소공배수인 $A = 120$

b 는 12 , 24 , 30 의 공약수이면서 가장 큰 수가 되어야 하므로

세 수의 최대공약수인 $B = 6$

$\therefore A - B = 120 - 6 = 114$

360) ①

이 수는 4 , 5 , 6 으로 나누어 떨어지기에 모두 2 가 부족한 수이므로 4 , 5 , 6 의 공배수보다 2 가 작은 수이다. 이때

4 , 5 , 6 의 최소공배수가 60 이므로 이 수는

$(60 \text{ 배수}) - 2$ 이다.

가장 작은 세 자리 자연수는 $60 \times 2 - 2 = 118$, 가장 큰 세

자리 자연수는 $60 \times 16 - 2 = 958$

따라서 두 수의 합은 $118 + 958 = 1076$ 이다.

361) ③

① 최대공약수: 2×3^3 ,

최소공배수: $2^2 \times 3^4 \times 7^2$

② 최대공약수: $2^2 \times 3^4$,

최소공배수: $2^5 \times 3^4 \times 7^2$

④ 최대공약수: $2^2 \times 3^3 \times 7$,

최소공배수: $2^5 \times 3^4 \times 7^2$

⑤ 최대공약수: $2^2 \times 3^3 \times 7$,

최소공배수: $2^5 \times 3^4 \times 7^2$

362) ③

n 은 $54 = 2 \times 3^3$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수이면서 3 의 배수가 되어야 한다.

그러므로 n 은 54 , 90 의 최대공약수 2×3^2 의 약수이면서 3 의 배수가 되어야 하므로 n 이 될 수 있는 수는 3 , 2×3 , 3^2 , 2×3^2 으로 4 개이다.

363) ③

먼저 3cm 간격으로 눈금을 그으면

선분은 $30 \div 3 = 10$ (개)의 부분으로 나뉘고

5cm 간격으로 눈금을 그으면

선분은 $30 \div 5 = 6$ (개)의 부분으로 나뉜다.

이때 3 , 5 의 공배수인 15cm 가 되는 지점에는 동시에 눈금이 그어지게 되므로

선분은 $30 \div 15 = 2$ (개)의 부분으로 나뉜다.

따라서 선분은 $10 + 6 - 2 = 14$ (개)의 부분으로 나뉜다.

364) ⑤

$9 = 3^2$ 이고 최소공배수가 $900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 이므로 n 은

$2^2 \times 5^2$ 의 배수이면서 $900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수가 되어야 한다.

따라서 n 이 될 수 있는 수는 $2^2 \times 5^2 = 100$, $2^2 \times 5^2 \times 3 = 300$,

$2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 900$ 이므로 모든 수의 합은

$100 + 300 + 900 = 1300$ 이다.

365) ③

어떤 자연수를 n 이라 할 때, $72 = 2^3 \times 3^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의

최소공배수가 $2^3 \times 3^3$ 이므로 12 와 n 의 곱은 $2^3 \times 3^3$ 의 배수가 되어야 한다.

그런데 n 이 가장 작은 수가 되어야 하므로

$12 \times n$ 은 $2^3 \times 3^3$ 의 배수 중 가장 작은 수인 $2^3 \times 3^3$ 가 되면 된다.

$n \times (2^2 \times 3) = 2^3 \times 3^3 \therefore n = 2 \times 3^2 = 18$

366) 18 , 36 , 72

$6 = 2 \times 3$, $24 = 2^3 \times 3$ 이고, 세 수의 최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,

최소공배수 $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 최소공배수의 3^2 은 A 에

있어야 하고 A 는 최대공약수인 6 의 배수가 되어야 하므로

A는 2×3^2 의 배수이면서 72의 약수가 되어야 한다.
따라서 A가 될 수 있는 수는 $2 \times 3^2, 2^2 \times 3^2, 2^3 \times 3^2$ 으로 3개이다.

367) (1) 18, 30의 공배수 (2) 540

(1) 7과 13은 서로소이므로 a는 18과 30로 나누어 떨어지는 수가 되어야 하므로 두 수의 공배수가 되어야 한다.

(2) $18 = 2 \times 3^2$ 과 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 일 때, 두 수의 최소공배수가 $2 \times 3^2 \times 5 = 90$ 이므로 a는 90의 배수이다.

90의 배수 중 500에 가장 가까운 90의 배수는 $90 \times 6 = 540$ 이다.

368) ㉔ 학생수를 6, 8, 9로 나누면 2가 부족하므로 학생수에서 2명을 더한 수는 6의 배수, 8의 배수, 9의 배수이다.

㉕ 즉, {학생수+2}은 6, 8, 9의 공배수이다.

㉖ 6, 8, 9를 소인수분해하면,

$$6 = 2 \times 3, 8 = 2^3, 9 = 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이므로

6, 8, 9의 공배수는 72, 144, 216, 288, ...이다.

㉗ 따라서 학생수는 70, 142, 214, 286, ... 중 하나이다

㉘ 이때 학생수가 100보다 크고 200보다 작으므로 연수내 중학교 1학년 학생수는 142명이다.

369) 37번

점 A는 60초 동안 15바퀴를 돌기 때문에 한 바퀴 도는데 걸리는 시간은 $\frac{60}{15} = 4$ (초)이다.

점 B는 60초 동안 20바퀴를 돌기 때문에 한 바퀴 도는데 걸리는 시간은 $\frac{60}{20} = 3$ (초)이다.

이제 세 점은 4, 3, 8의 최소공배수인 24초마다 점 P를 동시에 통과하고 15분은 $15 \times 60 = 900$ (초)이므로 $900 = 37 \times 24 + 12$ 에서 37번을 함께 통과하게 된다.

370) ㉓

두 수의 최대공약수가 11 이므로

$$M = 11m, N = 11n \text{ (단, } m, n \text{은 서로소, } m < n \text{)}$$

$$\text{이때 } M + N = 11m + 11n = 11(m + n) = 132$$

이므로 $m + n = 12$ 를 만족하는 서로소인 (m, n) 은

$$(m, n) = (1, 11), (5, 7)$$

그런데 M, N 이 두 자리 자연수이므로

$$m = 5, n = 7 \text{에서 } M = 11 \times 5 = 55 \text{이다.}$$

371) ㉓

최대공약수가 7이므로 세 수는

$$A = 7a, B = 7b, C = 7c \text{ (} a, b, c \text{ 서로소, } a < b < c \text{)}$$

이때 $7a + 7b + 7c = 98$ 이므로 $a + b + c = 14$ 이다.

$a + b + c = 14, a < b < c$ 를 만족하는 a, b, c를 순서쌍으로 나타내면

$$(1, 2, 11), (1, 3, 10), (1, 4, 9), (1, 5, 8), (1, 6, 7),$$

$$(2, 3, 9), (2, 4, 8), (2, 5, 7), (3, 4, 7), (3, 5, 6)$$

인데 (2, 4, 8)은 a, b, c가 서로소가 아니므로 만족하는 A, B, C의 쌍은 9쌍이다.

372) ㉔

세 수의 합이 12의 배수가 되는 경우는

(3, 4, 5), (7, 8, 9), (11, 12, 13), ...과 같이 가운데 수가 4의 배수인 경우가 된다.

$$299 \div 4 = 74 \dots 3 \text{이므로 총 74쌍이다.}$$

373) 71

두 톱니바퀴가 처음 다시 맞물리게 되는 것은 톱니가 $60 \times 14 = 840$ (개) 맞물릴 때이다.

따라서 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 와 x의 최소공배수는

$$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \text{이고, } x < 60 \text{이므로 } x = 2^3 \times 7 = 56 \text{이다.}$$

$$\text{이제 } x \times y = 840 \text{ 이므로 } 56 \times y = 840, y = 15$$

$$x + y = 56 + 15 = 71$$

374) ㉕

모듬의 개수는 남학생 수 $29 + 1 = 30$ (명)과

여학생 수 $25 - 1 = 24$ (명)의 공약수가 되어야 한다.

이때 최대공약수가 6이므로 모듬의 개수는 6의 약수인

1, 2, 3, 6개인데 나머지 1보다는 커야 하므로

가능한 모듬의 개수는 2, 3, 6 개다.

㉑ 모듬의 개수는 최대 6 개다.

㉒ 모듬 개수를 3개로 나누면

$$\text{남학생 } 30 \div 3 = 10 \text{(명), 여학생 } 24 \div 3 = 8 \text{(명)이다.}$$

따라서 각 모듬에 $10 + 8 = 18$ (명)씩 배정된다.

㉓ 모듬의 개수를 최대 6개로 하면

각 모듬에 남학생 $30 \div 6 = 5$ (명), 여학생 $24 \div 6 = 4$ (명)씩

배정이 되지만 마지막 모듬에는

$$\text{남학생 } 5 - 1 = 4 \text{(명), 여학생 } 4 + 1 = 5 \text{(명)이 배정되어}$$

$$4 + 5 = 9 \text{(명)이 배정된다.}$$

㉔ 모듬의 개수를 최대인 6개로 하면

마지막 모듬에는 여학생 $4 + 1 = 5$ (명)이 배정된다.

㉕ 모듬의 개수를 최대인 6개로 학생들을 배정하게 되면

마지막 모듬에는 4명의 남학생이, 나머지 모듬에는

5명의 남학생이 배정된다.

375) ㉔

요일은 7일마다 반복이 되고, 12일, 14일 마다 납품을 받으므로 선율이가 두 회사의 제품을 목요일에 싸게 살 수 있는데 걸리는 시간은

$$12 = 2^2 \times 3, 14 = 2 \times 7, 7 \text{의 최소공배수인}$$

$$2^2 \times 3 \times 7 = 84 \text{일이다.}$$

4월 9일로부터 84일 후인 7월 2일이므로

$$C = 7, D = 2 \text{에서 } C - D = 5$$

376) ㉔

$80 \times a = 2^4 \times 5 \times a$ 가 자연수의 제곱이 되려면

모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로

$a = 5 \times (\text{연수})^2$ 이 되어야 한다.

$$a = 5 \times 1^2 = 5 \text{ 이면 } 80 \times a = 80 \times 5 = 20^2 \text{ 에서 } b = 20$$

$$\frac{b}{a} = \frac{20}{5} = 4$$

$$a = 5 \times 2^2 = 20 \text{ 이면 } 80 \times a = 1600 = 40^2 \text{ 에서 } b = 40$$

$$\frac{b}{a} = \frac{40}{20} = 2$$

$$a = 5 \times 3^2 = 45 \text{ 이면 } 80 \times a = 80 \times 45 = 60^2 \text{ 에서 } b = 60$$

$$\frac{b}{a} = \frac{60}{45} = \frac{10}{9} \neq (\text{자연수})$$

$$a = 5 \times 4^2 = 80 \text{ 이면 } 80 \times a = 80 \times 80 = 80^2 \text{ 에서 } b = 80$$

$$\frac{b}{a} = \frac{80}{80} = 1$$

따라서 $\frac{b}{a}$ 가 자연수가 되는 값의 합은 $4 + 2 + 1 = 7$ 이다.

377) ④

두 간판이 동시에 켜지면

A간판의 불은 $6 + 4 = 10$ 초마다 다시 켜지고

B 간판의 불은 $8 + 6 = 14$ 초마다 다시 켜진다.

두 간판의 불은 $10 = 2 \times 5$, $14 = 2 \times 7$ 의 최소공배수인

$2 \times 5 \times 7 = 70$ (초) 마다 함께 켜지게 되므로

처음 켜진 후 다음으로 동시에 켜지는 것은 70초 후다.

378) ③

나무 사이 간격은 최대이면서 16, 20의 공약수가 되어야
하므로 두 수의 최대공약수인 4m의 간격으로 심어야 한다.

가로 $16 + 16 = 32$ m, 세로 20m인 직사각형의 둘레에 심게

되는 나무는 $\{2 \times (32 + 20)\} \div 2 = 26$ (그루)이고,

두 땅이 맞대고 있는 세로 줄에 심는 나무는

$(20 \div 4) - 1 = 4$ (그루)이므로

전체 필요한 나무는 $26 + 4 = 30$ (그루)이다.